

第3学年1組 数学科学習指導案

1 単元 三平方の定理

2 指導観

- 古代から現代に至るまで三平方の定理の考え方は人類の発展に大きな役割を果たしてきている。私たちの身の回りに目を向けても、建築物の設計や2点間の距離を求めたり、面積・体積を求めたりする測量などにおいて、三平方の定理を活用する場面はとても多い。本単元のねらいは、観察、操作や実験などの活動を通して、三平方の定理を見出して理解し、それをを用いて考察することができるようにすることである。学習内容としては、三平方の定理とその証明、三平方の定理の逆、平面図形への利用、空間図形への利用などがある。このような学習を通して、図形と数式を総合的に把握し、平面図形や空間図形の性質を考察することで、空間概念を深めたり、図形を分解・構成する力を育成したりすることができる。さらに、数学的活動を通して、直角三角形の3辺の長さの関係としてその美しさを感得するなどの図形を見る目を育て、定理を活用する力も高めることができる。
- 生徒は、小学校においては、三角形、四角形の面積や立方体や直方体の体積を求めることを学習してきている。また、中学校第1学年では、平面図形や空間図形に関する内容、中学校第2学年では図形の調べ方、図形の性質と証明を学習し、図形に関する見方や考え方を広げてきている。図形についての事前調査によると数と式、数量関係に比べ、図形の学習を好んでいる生徒は87%いる。その理由として「図形の問題はいろいろな考え方ができる」、「図形の作図の問題がおもしろい」などを答えている。また、図形の学習を苦手としている生徒は13%いる。その理由として「難しい問題のとき、どのように考えたらいいのかわからない」、「根拠の説明が難しい」などを答えていた。このことは、図形の問題と出会った際に、すぐに解けないと判断してしまい、十分に考えることをせず、あきらめていることが考えられる。また、作図の問題で結果とその根拠を答えさせると、正しい作図をすることができているが、根拠が十分に説明できていない生徒が24%いる。そこで、問題を多様な視点で考えさせて、解決への手がかり見いださせ、それを整理させたり、関連付けたりさせて解決への見通しをもたせていく学習が必要であると考え。そして、見通しを基に、根拠を明確にさせたり、自分の思考過程を振り返らせたりして、自分の考え方のよさを見いださせたりする活動に取り組ませる必要があると考える。
- 指導にあたっては、生徒が意欲的に取り組むような操作活動を取り入れた数学的活動に取り組ませ、図形に対する見方や考え方を深め、基礎的な知識を修得させ、それらを活用する能力を伸ばしていきたい。
そのためにまず、直角三角形の中に潜んでいる三平方の定理について調べさせる。ここでは、自分で考えた正方形の面積の計算を行わせることで、 $P+Q=R$ が成り立つことを発見させる。また、どんな直角三角形でも成り立つことを文字を使って証明させる。次に、三平方の定理の逆について考えさせる。ここでは、3:4:5のひもを用いて直角ができることを体感させたり、三角形の作図をさせたりすることで、三平方の定理の逆に気付かせていく。さらに、三平方の定理および三平方の定理の逆をもとに平面図形の線分の長さや面積を調べさせる。ここでは、具体的な図の中から適切な直角三角形を見つけさせて、それによって線分の長さや面積を計算させる。最後に、三平方の定理および三平方の定理の逆をもとに空間図形の線分の長さ、表面積や体積を調べさせる。ここでは、具体的な模型やその展開図から適切な直角三角形を見つけさせて、それによって線分の長さ、表面積や体積を計算させていく。

3 目標

- 直角三角形の3辺の長さに関心を持ち、それらの間に成り立つ関係を見出したり、その証明にどのような図形の性質や面積の関係が用いられているのかを考えたりしようとしている。
- 図形の中に直角三角形を見いだしたり、具体的な事象を直角三角形と見なしたりして、三平方の定理を用いることで図形の性質や長さなどを考えることができる。
- 三平方の定理を用いて、図形の線分の長さや面積、体積などを求めることができる。
- 三平方の定理や三平方の定理の逆の意味を説明することができる。

4 計画 (12時間)

関：関心・意欲・態度 考：数学的見方考え方

表：表現・処理 知：知識・理解

次	時	学習活動・内容	手だて	評価規準
本 時 1/4	一	4 1 操作活動を通して、直角三角形の3辺の関係について調べる。 ・三平方の定理 ・三平方の定理の証明 ・鋭角三角形の3辺の関係 ・鈍角三角形の3辺の関係 ・2辺の長さがわかっている直角三角形の残りの辺の長さを求めること	○直角三角形を作図させたり、面積計算をさせたりして、三平方の定理を見出させ、それが成り立つことを証明させる。 ○三平方の定理は、直角三角形の時に成り立つことを確認させるために、鋭角三角形や鈍角三角形の3辺上につくった正方形の面積計算させる。	関：直角三角形の三辺の長さに関心を持ち、それらの間に成り立つ関係を見出したり、その証明にどのような図形の性質や面積の関係が用いられているのかを考えたりしようとしている。 考：直角三角形の3辺の上にかいた正方形の面積の関係から、三平方の定理を見出し、それが成り立つことを説明することができる。 表：直角三角形の2辺の長さから、残りの1辺の長さを求めることができる。
	二	2 2 3辺の長さがわかっている三角形が、直角三角形であるかどうかを調べる。 ・三平方の定理の逆 ・直角三角形、鋭角三角形、鈍角三角形の3辺の関係	○三平方の定理の逆のよさに気付かせるために、3：4：5のひもを用いて直角ができることを体感させる。 ○いろいろな辺の長さの三角形を作図させることで、鋭角三角形、直角三角形、鈍角三角形になる条件を見出させる。	知：三平方の定理とその逆の意味を説明することができる。 表：三角形の3辺の長さが与えられているとき、どんな三角形か判断することができる。
	三	3 3 平面図形の線分の長さや面積を三平方の定理を利用して求める。 ・正三角形の高さと面積 ・三角定規の3辺の比 ・円の弦の長さ ・座標平面上の2点間の距離 ・ヒポクラテスの月	○これまで求めることができなかった図形の中の線分の長さを求めさせるために、補助線を引かせて適切な直角三角形を見出させる。 ○正三角形の高さや正方形の対角線の長さを求めさせることで、三角定規の3辺の長さの比を見出させる。	考：三平方の定理が適用できるように、長さを求める線分を1辺にもつ三角形を見出すことができる。 表：正三角形の高さ、弦の長さ、2点間の距離などを三平方の定理を使って求めることができる。
	四	3 4 空間図形の線分の長さや面積、体積を三平方の定理を利用して求める。 ・直方体の対角線の長さ ・正四角錐の高さと体積	○視覚的に必要な辺の長さを捉えさせるために、具体的な模型を観察させたり、見取り図の中の直角三角形に色を塗らせたりさせる。 ○立体の2点間の最短距離を求めさせるために、立体の展開図を書かせることで直角三角形を明確にさせ、辺の長さを計算させる。	関：実際には見えない直方体の対角線や正四角錐の高さなどが、三平方の定理を利用すれば求められることに興味を持ち、定理を進んで活用しようとする。 考：図形の中に直角三角形を見出したり、具体的な事象を直角三角形と見なしたりして、三平方の定理を用いることで図形の性質や長さなどを考えることができる。

(1) 本時の指導観

小学校で生徒は、直角三角形は1つの角が直角であること、中学校2年生では直角三角形の合同条件を学習してきている。これから学習する三平方の定理は、直角三角形の中に潜んでいる単純かつ明確で美しい定理である。そこで、単元の導入である本時は、直角三角形の3辺の上にかいた正方形の面積関係を調べさせ、自ら見出した三平方の定理を説明させることねらう。そのためにまず、直角三角形の性質を思い出させたり、ピタゴラスの逸話を聞かせたりし、本時のめあてを確認させる。ここでは、三平方の定理への関心・意欲を高めるために、ピタゴラスの絵や敷石模様を見せる。次に、直角二等辺三角形の3辺の上につくる正方形の面積関係を考えさせる。ここでは、 $P+Q=R$ の関係を見いださせるために色ペンを使って正方形をかかせたり、合同な直角三角形の数を数えさせたりする。そして、直角二等辺三角形でない直角三角形でも $P+Q=R$ の関係が成り立つことを正方形の面積の計算から見いださせる。その際、班での交流活動を取り入れ、自分と他者のRの求め方を比較させることで、自分の考えのよさを明らかにさせたり、不十分な点を解決させたりする。さらに、どのような直角三角形であっても $P+Q=R$ が成り立つことを証明させる。ここでは、すべての直角三角形で $P+Q=R$ が成り立つことを証明させるために、モデルの図形をマグネット板で示し、文字を使った証明を考えさせる。最後に本時のまとめと本単元の学習の予告をする。

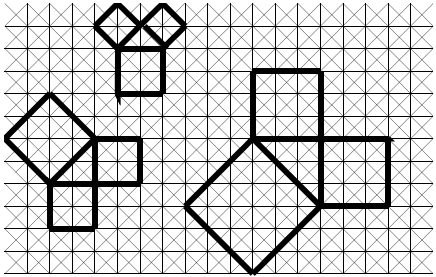
(2) 主 眼

- 直角三角形の3辺の上につくった正方形の面積を計算することによって、三平方の定理を見出し、それが成り立つことを証明することができる。

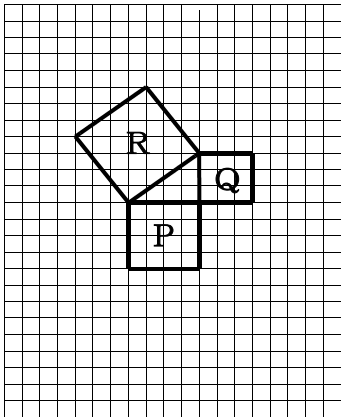
(3) 準 備

- ①直角三角形のマグネット板 ②敷石模様の拡大図 ③学習プリント ④方眼紙の拡大図 ⑤正方形のマグネット板

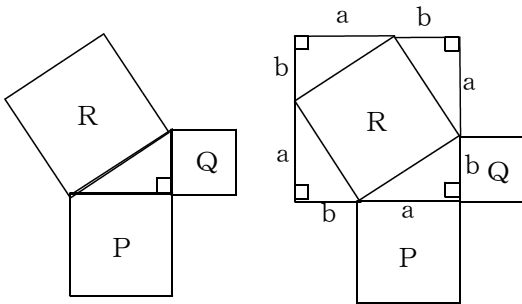
(4) 過 程

学習活動・内容	準備	手だて(○)と評価(◇)	形態	配時
1 ピタゴラスの逸話を聞き、本時のめあてを確認する。 (1) 直角三角形について既習内容を確認する。 ・1つの角が 90° であること ・直角の対辺が斜辺で一番長い辺であること (2) ピタゴラスの逸話を聞く。 ・ピタゴラスが発見したことの紹介 (3) 本時のめあてを確認する	① ② ③	○新しい単元「三平方の定理」への関心・意欲を高めるために、ピタゴラスの逸話を聞かせたり、直角三角形について知っていることを振り返らせたりする。 ○拡大した敷石模様を提示し、ピタゴラスがこの模様から三平方の定理を発見したことを説明し本時のめあてにつなげていく。	一斉	5
(めあて) ピタゴラスになって、三平方の定理を発見し、成り立つことを証明しよう				
2 直角三角形の3辺の上につくる正方形の面積関係について考える。 (1) 敷石模様の中にある直角二等辺三角形を見つける。 ・敷石模様の中にいくつもの直角二等辺三角形があること (2) 直角二等辺三角形の3辺の上に正方形をかきその面積関係を調べる。 ・ $P+Q=R$, $R-Q=P$, $R-P=Q$ $R=2P$, $R=2Q$ 		○3辺の上につくる正方形の面積関係に気付かせるために、色ペンを使って正方形をかかせたり、正方形の中の小さな直角二等辺三角形の数を数えさせたりする。 ○ $P+Q=R$ を予想させるために、自分で見つけた大きさの違う直角二等辺三角形でも調べさせる。 ○「次にピタゴラスが考えたことは何だろうか」と発問し、直角二等辺三角形でない直角三角形でも調べていくことを確認する。	個 ↓ 一斉	25

- (3) 直角二等辺三角形でない直角三角形の3辺の上に正方形をかき、その面積関係を調べる。
- ・面積Rの求め方
 - ・ $P+Q=R$ になること



- 3 どのような直角三角形であっても $P+Q=R$ が成り立つことを証明する。

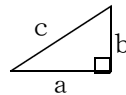


- ・ $P+Q=a^2+b^2$
- ・ $R=(a+b)^2-\frac{1}{2}ab\times 4=a^2+b^2$
- ・ $P+Q=R$ になること

- 4 本時のまとめをし、本単元の予告を聞く。
(1) 本時のまとめをする。

直角三角形の上につくった正方形の面積計算から、三平方の定理を説明することができる。

直角三角形の直角をはさむ2辺の長さを a , b , 斜辺を c とすると、 $a^2+b^2=c^2$ が成り立つ



- (2) 本単元の予告を聞く。
- ・ 鋭角三角形, 鈍角三角形でも成り立つかの調べること
 - ・ 正方形でなく半円や正三角形では成り立つのか調べること
 - ・ 三平方の定理を使えば, これまで不可能だったことが可能になること

- ④ ○直角二等辺三角形でなく直角三角形でも $P+Q=R$ が成り立つことを予想させるために, 1cm の方眼紙で面積の計算をさせる。

- 斜辺を一辺にもつ正方形の作図ができていない生徒には, 作図の視点をもちかためるために, 合同な三角形4枚のマグネット板を用いて発問や対話を行う。

- 班での交流活動を通して, 自分と他者のRの求め方を比較させることで, 自分の考えのよさを明らかにさせたり, 不十分な点を解決させたりする。

(交流活動の目的)

- ・ 自分の考えと対比し共通点や相違点を考えながら聞く。(比較の視点: 明瞭性, 簡潔性)
- ・ 自分の考えが不十分な点を付加・修正する。

- 「次にピタゴラスが考えたことは何だろうか」と発問し, 文字を使って証明していくことを確認する。

- すべての直角三角形で $P+Q=R$ が成り立つことを証明させるために, モデルの図形をマグネット板で示し, 文字を使った証明を考えさせる。

- 自分の考えが進んでいない生徒には, 数字で同じ考え方で面積計算した図と比較させながら考えさせる。

個
↓
班
↓
一斉

個 15
↓
一斉

個 5
↓
一斉

- ◇直角三角形の3辺の上にかいた正方形の面積の関係から, 三平方の定理を見出し, それが成り立つことを説明することができる。

(学習プリント分析)