

第3学年 数学科授業案

1 単元式の展開と因数分解

2 単元の目標

- ・文字の式を用いて説明するよさを理解し、問題解決に進んで文字式を活用することができる。
- ・文字式の展開や因数分解の仕方を考え、これらを用いて計算を工夫したり、数量の関係を説明したりすることができる。
- ・文字式の展開や因数分解の仕方が理解でき、正確に計算することができる。
- ・因数や素数などの用語の意味を理解し、乗法の公式を利用して展開や因数分解することができる。

3 単元構想

本単元では、第1学年、第2学年で学んできた文字式の計算のはばをさらにひろげ、式の取り扱いが能率的にできるようにすることが目標である。式の展開や因数分解は、これから学ぶ新しい数の平方根や二次方程式へつながる大切な内容である。式の展開・因数分解、平方根、二次方程式を学ぶことによって、今まで解けなかった問題が解けるようになり、生徒達の数学に対する意欲・関心も高まるはずである。本単元は、そのもっとも基礎となる学習内容になるので、ていねいに取り扱い、全員の生徒が十分な理解と習熟をはかる必要がある。また、式の展開・因数分解は、計算の仕方を習熟するだけでなく、いろいろな場面で展開の考え方を活用したり、既習の2桁の乗法を数を分解して簡単に計算したりすることで、数学的な考え方を育てたい。

生徒達は、数学に苦手意識を持つ生徒も多いが、3年生に進級し、自分の進路を見据え新たな目標に向かって前向きな気持ちで頑張っている。本単元では、計算練習が多く、生徒達も取り組みやすい単元である。さらに、公式を使うことでより簡単に答えを見つけられる喜びを知り、意欲的に計算問題に取り組んでいる。しかし、文章題については、見通しが立てられず、あきらめてしまう生徒が多い。そこで、授業の導入部分では、生徒達が興味を持つような課題を扱うなど工夫し、自ら課題に取り組みたいと思わせることが大切である。また、頭で考えるだけではなく、実際に数字で計算したり、図を描いたり、操作活動を通して問題に取り組ませる。

4 授業計画（18時間完了）

学習活動 (○)	予想される活動や反応 (・)	教師の支援や指導 (※)						
多項式と単項式の乗法・除法 ①②								
○いろいろな計算で長方形の面積を求める。 ・ $x(x+5) = x^2 + 5x$		<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x^2</td> <td style="padding: 5px;">$5x$</td> </tr> </table>	x^2	$5x$				
x^2	$5x$							
○文字の式で分配法則をマスターする。								
多項式の乗法 ③④								
○いろいろな計算で長方形の面積を求める。 ・ $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$		<table border="1" style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">a</td> <td style="padding: 5px;">ac</td> <td style="padding: 5px;">ad</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">b</td> <td style="padding: 5px;">bc</td> <td style="padding: 5px;">bd</td> </tr> </table>	a	ac	ad	b	bc	bd
a	ac	ad						
b	bc	bd						
○ () が2つの時、分配法則をマスターする。 ・ 展開した後、同類項をまとめる。								
展開の公式 ⑤⑥⑦								
○3つの展開の公式をマスターする。		※展開の公式は式の形をしっかりと覚え、公式にあてはめる。						
○ () が2つの時、展開の公式を利用して、速く正確に計算する。								
素因数分解 ⑧								
○因数分解と素因数分解の意味と用語を知る。		※素数の概念をしっかりと理解させる。						
○50以下の素数を見つける。								
因数分解1 ⑨								
○共通因数を取り出して、因数分解をする。		※積の形に表して、数や文字の共通因数を見つけ、因数分解をする。						

因数分解 2 ⑩⑪⑫

○展開の公式を利用して、因数分解をする。

※展開の公式とリンクさせながら、式の形から因数分解

・ $\bigcirc^2 - \square^2 = (\bigcirc + \square)(\bigcirc - \square)$

・ $x^2 + (\bigcirc + \square)x + \bigcirc \times \square = (x + \bigcirc)(x + \square)$ の仕方をマスターさせる。

・ $\bigcirc^2 + 2 \times \bigcirc \times \square + \square^2 = (\bigcirc + \square)^2$

因数分解 3 ⑬⑭

○共通因数と乗法の公式を組み合わせて、因数分解を行う。

○計算練習で因数分解を習得する。

式の計算の利用 1 ⑮

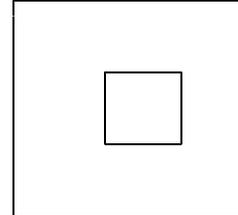
○大きな正方形から小さな正方形の面積を引こう。

1 辺が 13cm の正方形の面積から 1 辺が 7 cm の正方形の面積を引くと残った面積は？

・ 計算に因数分解や展開の考え方を利用して答えを求める。

$$\begin{aligned} 13^2 - 7^2 &= (13 + 7)(13 - 7) \\ &= 20 \times 6 \\ &= 120 \end{aligned}$$

○式を変形して式の値を求める。



式の計算の利用 2 ⑯ (本時 16 / 18)

○正方形と長方形の面積が等しくなる時の正方形の 1 辺の長さを求めよう。

・ 問題解決に文字の式を利用する。

※正方形と長方形の面積が等しくなるという疑問から、生徒達の興味を持たせたい。

式の計算の利用 3 ⑰

○ドーナツ形の面積を求める。

・ 文字式を利用して、図形の性質を証明する。

※ドーナツ形の面積の公式を四角形やバームクーヘン形の面積の求め方に広げる。

章末問題 ⑱

5 本時の授業

(1) 目標

- ・ 見通しを持って、進んで問題に取り組むことができる。
- ・ 文字式を変形し、2つの式を比べることで、数量の関係を考えることができる。

(2) 評価規準

【関心・意欲・態度】 図や表、文字の式を用いて、問題に取り組むことができる。

【数学的な考え方】 2つの式を比べて、面積が等しくなる時の数字を見つけることができる。

(3) 授業構想

本時では、式の展開や因数分解など学んだことを利用して、図形や数について考察する。正方形と長方形の面積を比べる活動を通して、いろいろな数値で調べるよりも文字を使用することで数学的な見方・考え方の有効性を感じさせたい。文字を使用することで形式的に処理をして答えを求め、文字がすべての数の代用となることに気づかせたい。

導入では、2つの四角形の面積の大小を直感で予想した後、実際に2つの図を描いて面積を求める。自分の予想があっているか確認する中で、正方形の1辺の長さで結果が変わること知り、驚きと共に「なぜ？」という思いを持たせるように、展開を工夫する。その「なぜ？」が「もっと調べてみたい」につながるように、生徒達に問い返す。調べる時間をしっかり確保し、個人個人が見通しを持って調べ、まとめられるようにしたい。手立てが見つからない生徒には、いろいろな大きさの正方形を描かせ、面積を求めたり、求めた面積を表にまとめたりするように助言をし、生徒全員が授業に参加できるようにする。文字の式をもとに考えている生徒には、同じ様に考えている生徒を紹介し、小グループを組ませる。そのグループでの話し合いの中で、それぞれの考えを認め合ったり、足りない部分を補ったりして問題解決をさせたい。また、全

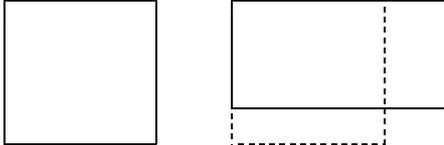
体の解き方を発表する場面では、表や図、文字式での考え方をそれぞれのよさを認めて、お互いの良いところをはっきりさせる。そして、文字を使うことによって、すべての数の代わりになり、答えも簡単にらせることに気づかせ、文字式の良さを再確認させる。授業の最後に適用問題を取り扱い、生徒達の解き方を見て、生徒達が文字式のよさを感じ取ったかを判断する。

(4) 準備

【教師】 板書カード、3分プリント、掲示用四角形（正方形、長方形）

【生徒】 定規、色ペン、電卓(持参できる生徒)

(5) 授業過程

時間	学習活動(○) 予想される活動や反応(・) 教師の支援や指導(※)	評価																														
3	<p>○3分プリントをやる。—— 3分プリント ——</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> $\begin{aligned} & \textcircled{1} (x+2)(x+3) = & \textcircled{2} (x+4)(x+3) = & \textcircled{3} (x+6)(x-2) = \\ & \textcircled{4} (x-4)(x+1) = & \textcircled{5} (x-3)(x-2) = & \textcircled{6} (x-1)(x-6) = \end{aligned}$ </div> <p>○本時の課題を知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>ある正方形の縦を3 cm 短くし、横を5 cm 長くして、長方形をつくった。 この長方形ともとの正方形では、どちらの方が面積が大きいか？</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> ・直感で正方形の方が大きい。 ・直感で長方形の方が大きい。 ・3 cm 短くして5 cm 長くしたから、長方形の方が大きい。 																															
6	<div style="display: flex; align-items: center;"> <div style="flex: 1;"> <p>○実際に正方形と長方形を描いて調べる。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・正方形の1辺の長さは何 cm にするの？ </div> <div style="flex: 1;">  </div> </div> <p>※方眼用紙を配布する。 ※正方形の1辺の長さは自分で決めるが3 cm 短くすることを伝え、先の見通しを持たせる。 ※机間指導で、活動が始まらない生徒には1辺の長さを指定して描かせることで、問題を把握させる。</p>																															
12	<p>○調べた結果を発表する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・5 cm の正方形だと、長方形の方が大きい。 ・8 cm の正方形だと、正方形の方が大きい。 ・7～8 cm の間で、大きい四角形が変わるから、7～8 の間に秘密がある。 ・2つの四角形の面積が同じになるときもある。 <p>※正方形の1辺の長さを確認し、その長さによって結果が違うことに気づかせ、1辺の長さに注目させる。 ※7 cm と8 cm の間で大きい四角形が変わることから、面積が等しくなるときもあるかもという問いを投げかけ、課題をより明確にする。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; display: inline-block;"> <p>本時の主問題 正方形の1辺の長さが何 cm のときに、2つの四角形の面積が等しくなるのだろうか？</p> </div> <p>○正方形と長方形の面積が等しくなるときの正方形の1辺の長さを見つける。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・表にまとめる。 <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>正方形の1辺の長さ</td> <td>5</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>正方形の面積</td> <td>25</td> <td>36</td> <td>49</td> <td>64</td> <td>81</td> </tr> <tr> <td>長方形の面積</td> <td>20</td> <td>33</td> <td>48</td> <td>65</td> <td>84</td> </tr> </table> <p>7と8の間をもう少し詳しく調べよう。</p> <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>正方形の1辺の長さ</td> <td>7.4</td> <td>7.5</td> <td>7.6</td> </tr> <tr> <td>正方形の面積</td> <td>54.76</td> <td>56.25</td> <td>57.76</td> </tr> <tr> <td>長方形の面積</td> <td>54.56</td> <td>56.25</td> <td>57.96</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 20px;">7.5cm ときに面積が同じになった</p> <ul style="list-style-type: none"> ・文字の式で比べてみよう。 <p style="margin-left: 20px;">正方形の1辺を x cm とすると 正方形の面積：x^2 長方形の面積：$(x-3)(x+5)$ $= x^2 + 2x - 15$ 違いは $2x - 15$ だから $2x - 15 = 0$ $x = 7.5$</p>	正方形の1辺の長さ	5	6	7	8	9	正方形の面積	25	36	49	64	81	長方形の面積	20	33	48	65	84	正方形の1辺の長さ	7.4	7.5	7.6	正方形の面積	54.76	56.25	57.76	長方形の面積	54.56	56.25	57.96	
正方形の1辺の長さ	5	6	7	8	9																											
正方形の面積	25	36	49	64	81																											
長方形の面積	20	33	48	65	84																											
正方形の1辺の長さ	7.4	7.5	7.6																													
正方形の面積	54.76	56.25	57.76																													
長方形の面積	54.56	56.25	57.96																													

- 方程式で求める。
 正方形の1辺の長さを x cm とすると

$$x^2 = (x - 3)(x + 5)$$

$$x^2 = x^2 + 2x - 15$$

$$x^2 - x^2 = 2x - 15$$

$$0 = 2x - 15$$

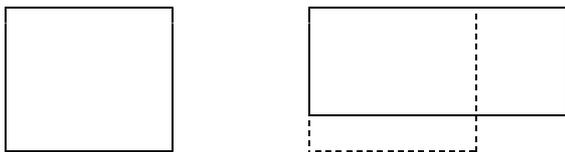
$$-2x = -15$$

$$x = 7.5$$

※直感的に 7.5cm に着目した生徒には、実際に計算させ正しい事を確認させたうえで、他に 7.5 の見つけ方を考えるように勧める。

※方程式で考えている生徒がいたら、正方形の1辺の長さを x cm とおいて考えていることを全体で紹介し、方程式に目を向けさせる一助としたい。

- 図から求める。



A と B の部分が等しければいいから

$$3x = 5(x - 3)$$

$$3x = 5x - 15$$

$$-2x = -15$$

$$x = 7.5$$

※机間指導をしながら、生徒一人一人の考えを把握する。

※途中で行き詰まっている生徒には、同じ考え方の友達を紹介し、小グループで取り組めるようにする。

- 25 ○分かったことを発表する。

【数学的な考え方】

- B：表などにまとめることにより、7.5 という数を見つけることができたか。
 A：文字式を利用して、7.5 という数を見つけ、自分なりの考えをまとめることができたか。
 (ノート、つぶやき)

※評価Cの生徒には、実際に正方形と長方形を描かせ、いろいろな長さについて調べさせる。

※評価Bの生徒には、見易く表にまとめたことをほめ、文字を使った求め方ができないか、助言する。

- 35 ○適用問題に取り組む。

ある正方形の縦を \diamond cm 短くし、横を \square cm 長くして、長方形をつくった。
 この長方形ともとの正方形の面積が等しくなるときの正方形の1辺の長さを求めよう？

- \diamond と \square に1けたの自然数を入れて、面積が等しくなるときの正方形の1辺の長さを求める。
- 表で求める。
- 図で求める。
- 文字の式を利用して求める。

※挙手の少ない生徒を指名し、 \diamond と \square に入れる数を決めさせることで、授業に参加する場を増やす。

- 48 ○本時の分かったことや感想をノートに書く。