

1. 単元名 図形の性質の調べ方を考えよう (東京書籍『新しい数学2』)

2. 単元の目標

基本的な平面図形の性質や図形の合同について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるようにする。

ア 平行線や角の性質を理解すること。

イ 多角形の角についての性質が見いだせることを知ること。

ウ 基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質を基にしてそれらを確認説明すること。

エ 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。

オ 証明の必要性と意味及びその方法について理解すること。

3. 主に本時の指導についての背景

(1) 証明の学習の困難さ

①全国学力・学習状況調査結果から読み取れる、図形を活用した証明の学習の問題点

中学校における図形を活用した証明の学習に困難を感じている生徒が多いと言われる。このことは、国立教育政策研究所が平成19年から実施している全国学力・学習状況調査の結果からも読み取れる。その報告書の「分析結果と課題」の項目には、「証明の意義の理解に課題がある。(H. 21A)」, 「筋道を立てて考え、証明することに課題がある。(H. 24B) (H. 28B)」, 「作図の根拠として用いられている平行四辺形になるための条件の理解に課題があり、指導の充実が求められる。(H. 27A)」などをはじめとして、多くの課題が指摘されている。

その他にも報告書には、「三角形の合同条件の理解に課題がある。(H. 20A)」, 「証明の方針を立てるときの根拠として適切な事柄を指摘することに課題がある。(H. 20B)」, 「角や辺の相等を記号で表す際に誤った解答がある。(H. 21B)」, 「結論を仮定から導くための根拠を理解しているものの、証明の方針を立てることができない。(H. 21B)」, 「作図の手順を読み、根拠として用いられる平行四辺形になるための条件の理解に課題がある。(H. 29A)」などの記述が見られる。これらは、図形に関する証明を構想する以前に、図形の定義や性質と条件を区別して理解すること、記号をつかって位置関係や等しい関係を表すこと、三角形の合同条件や定理など証明の根拠となることがらを理解しておくことなど、証明をするために必要な学習の要素が多いことが学習を困難にしていることを示している。

②以前の学習指導要領や全国学力・学習状況調査報告書の問題点

現行の学習指導要領に基づく『学習指導要領解説数学編(平成29年7月)』では「証明をする際には、証明の方針を立てることが大切である。証明の方針を立てるには、例えば、結論を

導くために必要な事柄を結論から逆向きに考えたり，仮定や仮定から導かれる事柄を明らかにしたりする。その上で，それらを結びつけるには，あと何がいえればよいかを探ることが必要である。(P. 113)」と書かれている。一方、『全国学力・学習状況調査報告書中学校数学』(平成25年8月)の「学習指導に当たって」の項目では，「次の3つの事項について考える場面を設定し，証明の方針を立てることができるように指導することが大切である。Ⅰ 結論を示すためには何がわかればよいか。Ⅱ 仮定からいえることは何か。Ⅲ ⅠとⅡを結びつけるには，あと何がいえればよいか。(P. 114)」とあり，平成26年8月の報告書(P. 117)にも同様の記述がある。また，平成28年8月の報告書の「学習指導に当たって」の項目では，「結論から仮定，仮定から結論の両方向から考えて証明する場面を設定することが考えられる。(P. 122)」というように，証明の構想についての記述があり，これらが現行の学習指導要領解説に影響を与えたと推測できる(下線は引用者による)。

旧『学習指導要領解説数学編(平成20年9月)』では，「「仮定」から出発し，すでに正しいと認められている事柄を根拠にして，「結論」を導くこと，それが証明である(P. 96)」という証明の構造に関する記述は見られる。また，「証明の構想や方針をたて(P. 95)」という記述が見られるだけであり，具体的な構想や方針の立て方についての言及はない。一方、『全国学力・学習状況調査報告書中学校数学』(平成20年1月)の「学習指導に当たって」の項目では，「例えば，「雨が降ったから運動会は中止になった」において「運動会が中止になった」根拠は「雨が降ったから」であり「運動会が中止になったから」ではない。また，「二等辺三角形の底角は等しい。」において「底角が等しい」根拠は「二等辺三角形だから」であり，「底角が等しいから。」ではない。このような事例と照らし合わせながら，結論を根拠として用いられないことを理解できるようにすることが考えられる。」という当然すぎる指摘がなされている。

このように見ていくと，文部科学省が証明の構想の具体的な指導方法を提示し始めたのは最近であり，これまでの学習指導要領の内容では証明を構想できる中学生が少なかったことは仕方がないことと言える。

(2) 教科書の記述および既習の学習の影響

①教科書の記述の影響

教科書の記述は，教科書会社によって少し異なる。授業に使用する教科書には「あることがらを証明するとは，仮定から出発して，すでに正しいと認められていることがらを根拠にして結論を導くことである。(P. 117)」と書かれている。つまり，「仮定→結論」という方向である。これは，完成された証明の構造を表している。一方，「仮定から結論を導くには， $\triangle AED$ と $\triangle BEC$ が合同であることをいえばよい。(P. 118)」というように，この問題の結論である $ED = BC$ の1つ手前に記述する内容が書かれている。つまり，「仮定 $\cdots \triangle AED \equiv \triangle BEC \leftarrow ED = BC$ 」という方向である。これは，証明の構想の仕方の一例を表している。しかし，これらは一連の記述の中で示されており中学生にとっては証明の構造と証明の構想の仕方として区別されているとは言えない。その他の6社の教科書を確認すると1社の教科書を除いて，証明の構造の説明と証明の構想の仕方の説明の区別が明確になされていない。現在の教科書の多く

は証明を構想するという点では学習指導要領の趣旨を反映させているとは言えない。指導者が証明の構想の仕方を意識的に指導する必要がある。

②既習の学習の影響

証明を構想するためには、結論から仮定の方向を見る必要があり、完成された証明とは逆方向ともいえる考え方が必要である。しかし、既習の算数、数学では完成された証明の構造と同様に「結論を出す」方向の学習ばかりが行われている。例えば $2 \times 3 = 6$ については、 $2 \times 3 \rightarrow 6$ という方向性がある。おそらく生徒は、「算数、数学とは計算したり判断したりして答えを出すことだ」と思っている。このことは中学校3年生における因数分解にも表れる。例えば、 $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$ では、この逆方向の計算である展開は容易にできる生徒が多いが、因数分解はできない生徒が大きく増加する。これも $2 \times 3 \rightarrow 6$ 、 $2 + 3 \rightarrow 5$ という方向の学習ばかりを行ってきた経験が、6や5を2つの数に分割するという逆方向の思考を苦手とするという結果を招いていると考えることができる。このことは、方程式の問題づくりにも当てはまる。実際、連立方程式は解けるが、「解が $x = 2$ 、 $y = 3$ となる連立方程式を1つ書きなさい」という問題はできない生徒が多い。意識的に従来と逆の方向の思考が必要な問題に取り組みさせておくことが、生徒の意識を変えることに有効であると考えられる。(注)

(3) 図書館活用教育の有効性

本は、生徒の発想や興味を自分の学習経験や生活体験から大きく広げる力を持っている。例えば、方程式の文章問題づくりで使用する言葉は、生徒が教科書の範囲から出ることはいないと考えられ、実際、「ケーキ」「リンゴ」「プリン」「入園料」など教科書で使用される名詞を使用した問題を作ることが多い。ところが、本の中から場面を設定させると、「嘘をついた回数」「牛タンとハラミ」などが出てきたり、「買い物をして1000円出した時のおつり」ではなく「1000円のクオカードの残高」であったり、「メルカリでシューズを売った時の手数料が〇%」などの記述が見られるようになる。本を活用することで生徒の発想が豊かになり、今回の学習指導要領改訂で強調された「日常生活や社会の事象の数学化」に意欲的に取り組むようになると考えられる。

問題作りという課題に生徒が取り組む場合、問題を作るためには解などの結論部分からさかのぼるという思考が必要であり、矛盾がない問題を作るためには使用する数を調整する必要が出てくる。この思考は、証明をするにあたって結論からさかのぼる、つまり、結論が言えるための条件や根拠を、結論をもとにして探していくという流れである。このように見ていくと、証明を構想するための思考は方程式の問題づくり、特に文章問題づくりの際に行われる思考と類似していると言える。この考えが正しいとするならば、2年生の証明の学習を見据えて、方程式などの文章問題づくりの学習に取り組みさせておくこと証明の学習においても有効なはずである。

昨年度、1年生の関数の学習において、関数を2つの集合の対応ととらえ、集合の要素を幅広く見つけるために学校図書館の本を活用した授業を行った。これは「日常生活や社会の事象の数学化」である。本の世界は広く、結果として生徒の多くは関数を理解できたと考えること

ができた。一方、現在の教科書は従来の教科書と同様に、例えば方程式の解法の学習の後に「方程式の利用」という章が設けられている。これは「学んだ数学を日常生活や社会に生かす」という方向である。どちらの方向においても、数学と日常生活とを関連付けるような学習の場面では図書館活用が有効であると考えられ、新たな発想で指導に生かすことが必要である。

(4) 本時の指導について

「証明がわかりません」と言う中学生は、三角形の合同条件をはじめとして二等辺三角形になる条件など図形の証明における結論の（直前の）部分を理解していないことが多く、これでは証明を構想することはできない。人は物事について知っているつもりでも、その認識が一般的ではないことは多い。例えば、「二等辺三角形はどんな三角形ですか」という問いに対し図形をイメージはできるが、定義である「2辺が等しい三角形」や二等辺三角形になる条件である「2角が等しい三角形」を明確に認識していることは少ない。しかし、これらを結論としなければ、ある三角形が二等辺三角形であることを証明することはできない。中学校における図形の指導では、「定義」「性質」「条件」などは厳密に徹底して指導すべきである。

証明と言えば、推理小説で「〇〇が犯人であることを証明する」などという使われ方をすることがあるが、この場合の証明と中学校の数学における証明は異なる。推理小説では目星をつけている人が絶対に犯人ということではなく（結論が正しいとは限らない）、場合によっては証明に失敗するということがあるが、中学校での証明では結論は必ず正しいからである。このように考えると中学校での証明は生徒が思っているよりも容易なはずである。つまり、生徒が証明の学習から受け取る「難しい」「面倒くさい」という先入観を取り除くことが指導の前提として必要である。

図形の証明を構想することは、料理を構想することに似ている。三角形の合同の証明は、ビーフカレー作りに例えると「あらかじめ玉ねぎとジャガイモだけある場合には、ニンジンと牛肉を準備しなければ材料はそろわない。三角形の合同の証明で言えば、仮定が玉ねぎとジャガイモ、根拠がニンジンと牛肉、三角形の合同条件を構成する要素が玉ねぎ、ジャガイモ、ニンジン、牛肉である。これらの材料を集めるためには、カレーの材料を正確に把握していなければならない。カレーがどのような食べ物であるかを知らなければ材料は集められない」。合同条件は結論を言うための1つ手前の段階であり、三角形の合同の証明の場合には結論とほぼ同じものであると考えても差し支えはない。このように考えてみると、合同条件を覚えていなければ、根拠を探すどころか仮定すら利用できないことがわかる。

本時は、「証明を構想するときに結論を正確に把握し必要な根拠を集めることは、料理がどのようなものであるかを正確に把握し必要な材料を集めることに似ているということ、本の活用を通して学ぶ。」ことを目標とする。教科書の内容から大きく離れるだけでなく一見すると数学と無関係な内容であり、証明における根拠の探し方とは異なる内容になるが、多くの生徒が持っている数学への苦手意識を払しょくすることもねらいである。本を活用することで生徒の思考の幅を広げ、「日常生活や社会の事象の数学化」を意識して、証明の構想の仕方と同様の思考を学ばせたいと考えている。

昨年度の事業と同様に、本時の指導を行うにあたり、本校の学びのサポーター（学校司書）には授業の準備に多大な協力をしていただいたことに深く感謝申し上げるとともに、学校図書館活用教育のために必要不可欠な存在であることを強調したい。今年度から制度が変更され職務内容が増加したにもかかわらず勤務可能時数が削減されたようだが、学校図書館活用をはじめとして生徒の学びをサポートするために必要な勤務時間の確保など制度の改善が望まれる。

4. 単元の指導計画と評価規準（全15時間）

（1）指導計画

節	項	時数
1 説明のしくみ	①多角形の角の和の説明	3
2 平行線と角	①平行線と角	2
	深い学びのページ	1
	基本の問題	1
3 合同な図形	①合同な図形の性質と表し方	1
	②三角形の合同条件	1
	③証明のすすめ方	3（本時1/3）
	基本の問題	1
章の問題 A		1

（2）評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
<ul style="list-style-type: none"> ・多角形の角についての性質が見いだせることを知っている。 ・平行線や角の性質を理解している。 ・平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解している。 ・証明の必要性和意味及びその方法について理解している。 	<ul style="list-style-type: none"> ・基本的な平面図形の性質を見だし、平行線や角の性質をもとにしてそれらを確認かめ、説明することができる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・証明の必要性和意味及び証明の方法を考えようとしている。 ・平面図形の性質について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ・平面図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

5. 本時の指導

(1) 目標

証明を構想するとき結論を正確に把握し必要な根拠を集めることは、料理がどのようなものであるかを正確に把握し必要な材料を集めることと似ているということを、本の活用を通して学ぶ。

(2) 展開

学習活動と予想される生徒の反応	教師の支援と評価 (☆)
1 課題を把握する。 「料理の材料と作り方を調べる。」	・ワークシートを準備する。
2 本を使って課題に取り組む。 (1) ワークシートに書かれている料理の材料と作り方を、本を使って調べ、ワークシートに記入する (2) 「料理の材料を集めたり作り方を調べたりするときに、知っておかなければならないことは何かを考え、ワークシートに記入する」 (3) (1) (2) ができたら、別の料理について同様にワークシートに記入する ※使用した本の名前とページなどをかく。 ※困ったときは司書教諭, 学びのサポーターに相談する。	・数学の授業であることを強調する。 ・本を使用することで、自分が知らない、あるいは知っているつものの料理をくわしく知ることが大切であることを伝える。 ☆作る料理によって材料や作り方が決まってくることを意識しているか。
3 2の課題について結果を発表する。 ワークシートに書いた内容を発表する。特に、(2)の「料理を作るために必要なことは何か」の内容について考察する。	・時間がない場合には教師がいくつか選んで紹介する。 ・(2)の内容をもとに、結論からさかのぼる必要性の理解に結びつくようにする。
4 振り返りとまとめ 数学とは全く関係がないように思える料理作りが、今後の学習で証明を構想するとき結論を正確に把握し必要な根拠を集めることと似ているということを確認する。	・本時の学習を、数学における証明の構想の学習につなげるようにする。

(3) 評価

	十分満足できると判断される生徒の具体例	おおむね満足できると判断される生徒の具体例	支援が必要とされる生徒への指導の手立て
思考・判断・表現	料理に必要な材料を集めることや作る過程が、料理を明確に把握し、そこからさかのぼることであることを意識している。	料理に必要な材料を集めることや作る過程に、料理を明確に把握することがふくまれているということを意識している。	単なる料理の作り方ととらえている場合、作る料理と材料の関係を意識させるように助言する。

参考, 引用等

情報処理学会研究報告 (2014) 『「後ろ向き推論」支援による三角形合同証明問題のための学習システム』

国立教育政策研究所ホームページ

文部科学省 (2008) 『中学校学習指導要領解説数学編』 (平成20年9月)

文部科学省 (2017) 『中学校学習指導要領解説数学編』 (平成29年7月)

東京書籍ホームページ

令和2年文部科学省検定済教科書 中学校数学科用

大日本図書 (2021) 『数学の世界2』

学校図書 (2021) 『中学校数学2』

啓林館 (2021) 『未来へひろがる数学2』

教育出版 (2021) 『中学数学2』

日本文教出版 (2021) 『中学数学2』

数研出版 (2021) 『これからの数学2』

東京書籍 (2021) 『新しい数学2』

注

情報処理学会研究報告 (2014) 『「後ろ向き推論」支援による三角形合同証明問題のための学習システム』 (隠田亮介, 平井佑樹, 金子敬一) から引用すると,

「人工知能を構築する手法の中に「前向き推論(forward chaining)」と「後ろ向き推論(backward chaining)」というものがある。どちらも, ある命題が与えられたとき, その命題の結論が正しいかどうかを確かめるための推論規則であり, 探索の方向によってそれぞれの名前がつけられる。前向き推論とは, 与えられた命題の仮定を元に, そこから演繹的に正しいことを明らかにする過程を繰り返し, 結論へと結びつける推論規則である。後ろ向き推論とは, 与えられた命題の結論を元にして, その条件が成立するための前提条件を明らかにする過程を繰り返すことで, その結論の真偽を確かめる推論規則である。」

「両調査から三角形合同証明問題において, 「すべての生徒が前向き推論の解答ストラテジーを所有していた。」「上手く問題を解決できた生徒は, 解答中に後ろ向き推論の解答ストラテジーを利用していた」, 「解決できなかった生徒には, 後ろ向き推論の解答ストラテジーを利用しない生徒が多かった」ことが明らかになっている。」

「両調査では, 後ろ向き推論の解答ストラテジーの欠落が, 問題解決の失敗に繋がっているとしており, 今後生徒に対して後ろ向き推論による思考能力を開発していくことが課題になることを示唆している。」

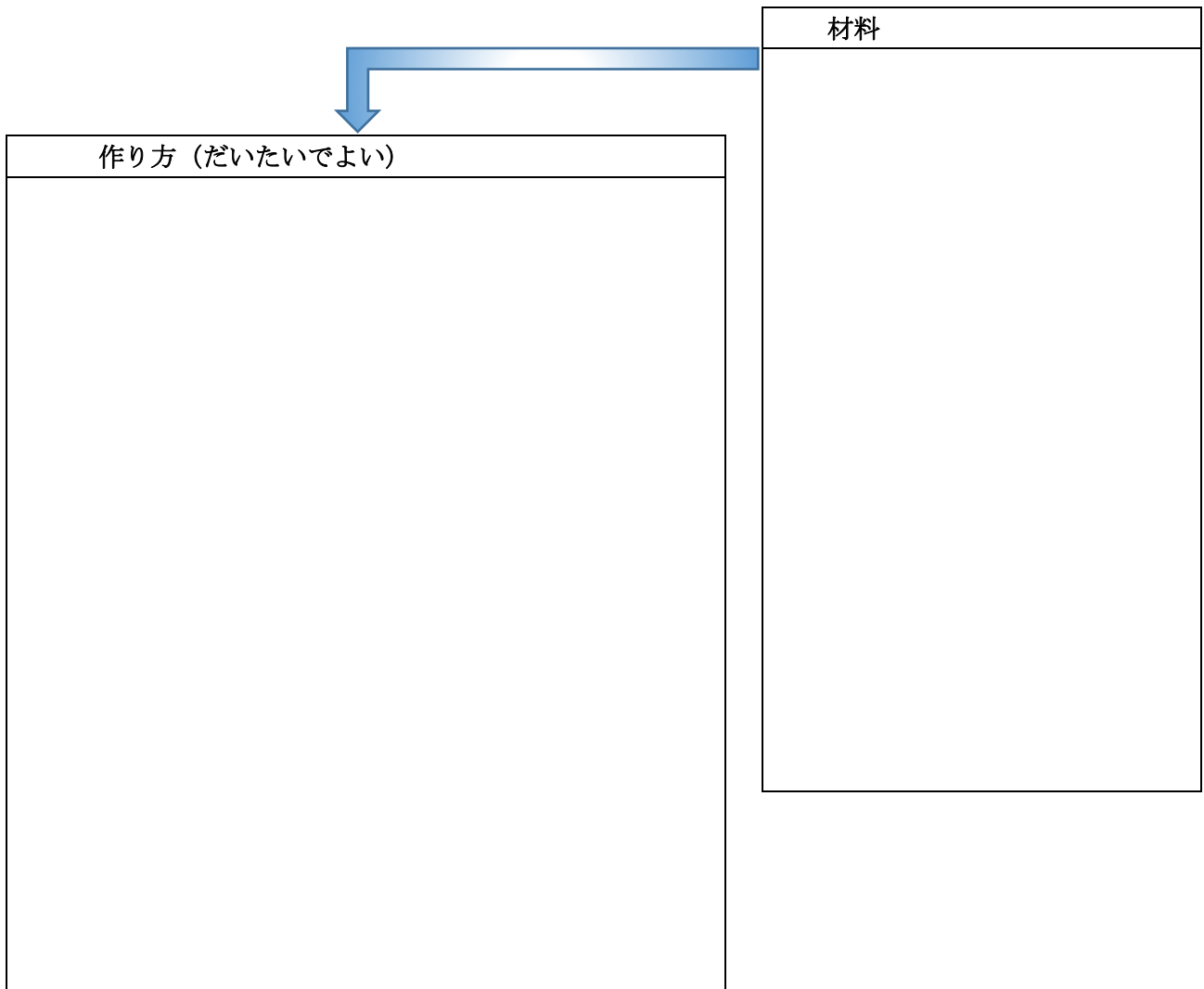
※「ここでは, それぞれの推論規則を利用した問題解決における戦略を, ストラテジーと定義し」と書かれている。

6. 研究協議の概要

参加者	校内10名、校外10名 計20名
授業及び研究協議の概要	<p>〔授業の概要〕</p> <p>証明を構想するとき結論を正確に把握し必要な根拠を集めることは、料理がどのようなものであるかを正確に把握し必要な材料を集めることと似ている。そのことを本の活用を通して学ぶという授業。いろいろな国の知らない名前の料理について、どんな料理でどんな材料が必要で、どういう手順で作るのかなどを調べた。</p> <p>〔研究協議の概要〕</p> <p>①新学習指導要領における学校図書館活用教育に期待される役割と評価について (高麗指導主事)</p> <p>②金城中学校の取り組みと生徒の様子(金城中担当者)</p> <p>※③④は、それぞれメンバーを変えながら、3～6人でのグループ協議。</p> <p>③協議1…数学の授業を通して、図書館活用の効果的な場面を考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・観察していた生徒の学びの様子を共有 ・本時の図書館活用で効果的だったこと <p>知らないことを調べて知る楽しさを味わっていたこと。そして、知らないことを知った喜びは、人に伝えたいというエネルギーになることが生徒の様子からよくわかった。そして、一見どうつながるかかわからない数学と料理のつながりを考えられるというのもおもしろかった。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・授業者より <p>④協議2…日頃の学校図書館活用教育における情報交換等</p> <p>個に応じた資料収集の難しさ。学校司書としては、準備した資料が生徒にとってどうであったかということが気になる。生徒一人一人の学習や授業のねらいに沿った資料を準備するためにも、授業者との情報交換が大切である。</p> <p>⑤まとめ(各指導主事より)</p>

料理の材料と作り方を調べよう

作り方 (だいたいでよい)	材料

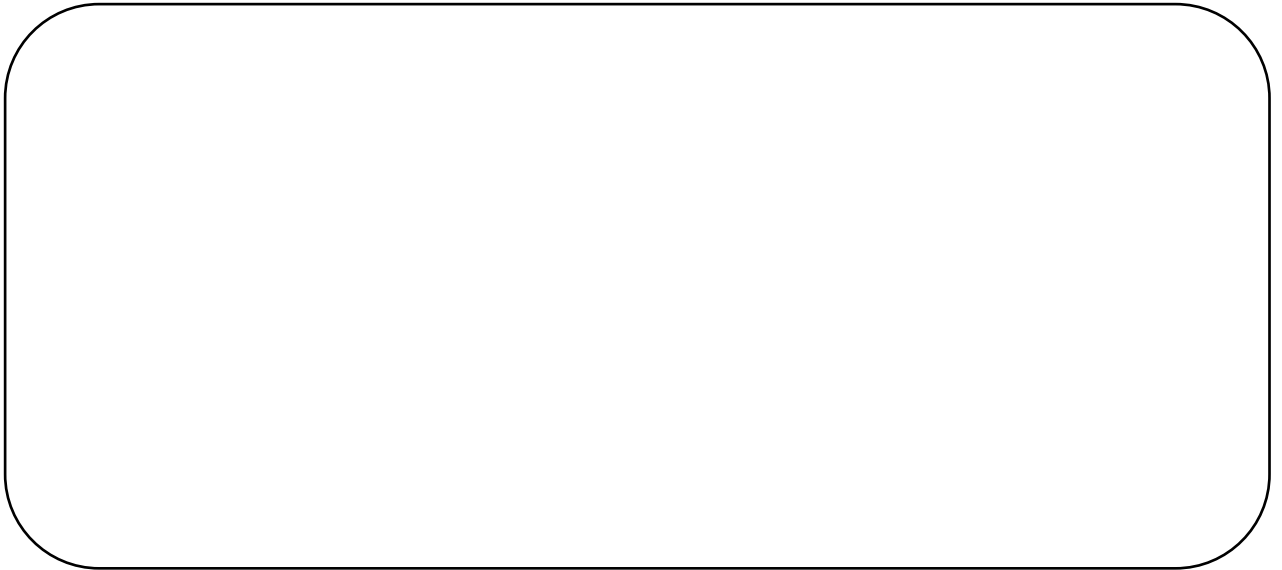


いちご大福

使った本と内容など

題名			
著者		出版社	
ページ			

「今日調べた料理を人に説明するとしたら、どのような料理だと説明しますか？」



「料理の材料を集めたり作り方を調べたりするときに、知っておかなければならないことは何だと思いますか？」



「今日の授業がこれからの数学の学習に、どのように結びついていくと思いますか？ 予想をかいてみよう。」



2年（ ）番 名前（ ）