# 第２学年　数学科学習指導案

日　時　　平成２９年１０月２７日（金）１３：３０～１４：２０
[redacted]

## Ⅰ　単元名　　「平行と合同」

## Ⅱ　単元について

### １　指導内容の系統と単元について

図形領域について，小学校では，実験や実測，具体物を扱うことによって，平行や垂直など，平面図形に関する基本的なことがらや，三角形をはじめとする多角形の内角の和について学習している。また，中学校第１学年では，観察，操作や実験などの活動を通して，直線や平面の位置関係，基本の作図，図形の移動などを学習し，図形についての豊かな感覚をはぐくみ，図形についての理解を深めるとともに，論理的に考察し表現する能力を培ってきている。中学校第２学年では，これらの学習の上に立って，並列的に認識している図形の性質を整理して，筋道を立てて説明することを学習する。また，新たな性質を発見し，それまでに学習した知識を駆使して，それを確かめていく過程を体験することで，論理的に考察し表現する能力を養うことが求められている。

本単元では，三角形や多角形についての角の性質を見いだし，平行線の性質を基にして確かめたり，平面図形の合同の意味を理解し，図形の性質や既習の作図方法を三角形の合同条件などを基にして確かめたりする。これは，演繹的な証明の方法や意義を理解できるようにするとともに，見通しをもって論理的に考察し表現することができるようにすることを目指すものである。

### ２　生徒の実態と指導観について

２年１組の生徒は，素直で明るい生徒が多く，男女共に活発である。授業にまじめに取り組み，どの課題に対しても意欲的である。基本問題や簡単な発問には，積極的に答えようとするが，自分の考えを整理したり説明したりすることが苦手だと感じている生徒が多い。

指導に当たっては，学習内容が抽象的なものに終始しやすいため，具体的に図形を観察させたり，操作や実験を取り入れたりして，図形の性質のおもしろさや不思議さなどにも触れつつ，証明の意味を理解させたい。また，帰納的な推論の視点も大切にしながら，演繹的な証明の意義を理解させることで，証明の有用性や図形の性質の広がりが感じられるようにしていく。数学が苦手な生徒も意欲的に授業に参加できるように，直観的に答えられるような発問や，発表しやすい雰囲気づくりを心がけ，生徒のつぶやきや発言を生かした課題設定をすることで，５０分の授業を通して，生徒が主体的に取り組み，考え続けることができるような授業を展開したい。

## Ⅲ　単元の目標

（1）平行線の性質や三角形の合同条件を使って図形の性質を見いだすことに関心をもち，証明のしかたを考えようとする。
（2）演繹的な方法の必要性に気付き，仮定から結論までの過程を，確かな根拠を用いて筋道を立てて考えることができる。
（3）平行線の性質などを数学の用語や記号を使って表したり，図形の性質の証明の過程を説明したりすることができる。
（4）平行線の性質などの基本的な図形の性質を理解するとともに，証明の必要性や意味及びその方法を理解することができる。

## Ⅳ　単元の指導計画・評価規準表

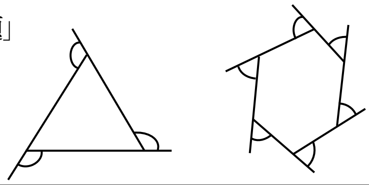
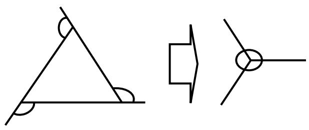
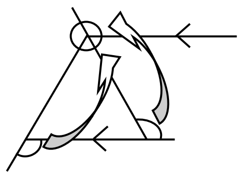
別紙資料参照（指導案綴り最終ページに掲載）

# Ⅴ　本時の学習

## １　本時の目標

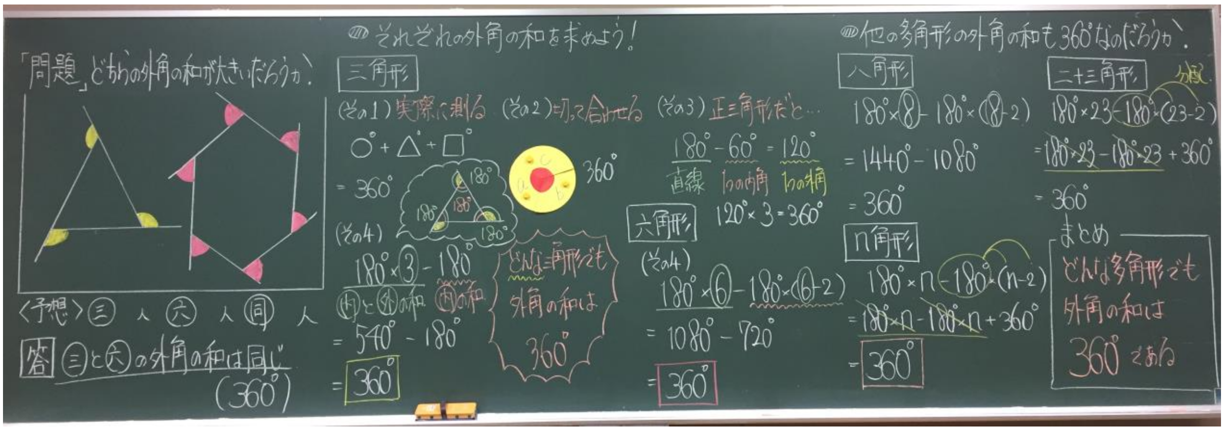
多角形の外角の和の求め方を考え，それが 360°で一定であることを理解する。

## ２　本時の展開

| 指導過程と主発問 | 学　習　活　動 | 留意点・評価 |
|---|---|---|
| Ⅰ　問題提示<br>「問題」<br><br>三角形と六角形では，<br>どちらの外角の和が<br>大きいだろうか。 | | ・事前に黒板に三角形と六角形をかいておく。三角形は正多角形のような形にし，３つの辺を延長した図，六角形は辺を延長していない図にする。それぞれの外角について確認してから，問題を提示する。 |
| Ⅱ　予想<br>「三角形と六角形の外角の和はどちらが大きいだろうか。」 | ○図から直観的に予想する。<br>【予想される生徒の反応】<br>・三角形（１つ１つの外角の大きさが大きいから）<br>・六角形（外角の数が多いから）　　・同じ | ・問題提示後，すぐに予想させ，その後に問題シールを配布する。 |
| Ⅲ　課題設定・個人思考・集団解決<br>「外角の和は，それぞれ何度なのだろうか？」 | | ・答えを出すためにはどうすればいいか投げかけ，課題につなげる。 |
| 【課題１】それぞれの外角の和を求めよう。 | | |
| 「まずは三角形の外角の和を求めよう。」 | ○ノートに記入する。<br>【予想される生徒の反応】<br>（その１）実際に角度を測る<br>○°＋△°＋□°＝360°<br><br>（その２）外角を切って合わせる<br><br>360°<br><br>（その３）正三角形の場合で考える（特殊化）<br>正三角形の１つの内角は 60°だから<br>１つの外角は　180°－60°＝120°<br>よって外角の和は　120°×３＝360°<br><br>（その４）補助線 → 平行線の同位角を使う<br><br>３つの外角を<br>１か所にまとめると<br>１つの円になるから<br>360°<br><br>（その５）（内角＋外角）×３－内角の和<br>180°×３－180°<br>＝540°－180°<br>＝360° | ・まずは個人思考させ，その後，周囲と相談してもよいと指示する。<br>・思考が停滞している生徒には，（その１）で取り組むように助言する。<br>・（その１）～（その３）の考えは，途中で取り上げ，和が 360°になることを確認する。必ず３つすべて扱うということではなく，生徒から出た考えのみ取り上げる。<br>・（その２）は，画用紙にかいたものを準備しておき，教師が示す。<br><br>・（その４）の考えがあれば，口頭で発表させ，メモ板書で意味を確認する。生徒から出なければ扱わない。<br><br>・（その５）は，色チョークで $n$ に対応する３の部分を強調する。<br>・どの方法がよいかという発問から，任意の三角形について示すことが |

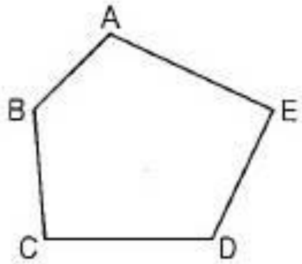
| | | |
|---|---|---|
| 「六角形の外角の和も求めよう。」 | ○ノートに記入する。<br>【予想される生徒の反応】<br>（その５）（内角＋外角）×６－内角の和<br>180°×６－180°×（６－２）<br>＝ 1080°－720°<br>＝ 360° | できる（その５）のよさを強調する。<br>・六角形の外角の和は，（その５）の考え方で求めることを確認する。 |
| Ⅳ　問題解決 | ○問題の答えを確認する。（外角の和は同じ） | |
| Ⅴ　課題設定・個人思考・集団解決<br>「どんな多角形でも外角の和は 360° なのだろうか。」 | | ・「三角形や六角形だけ外角の和が 360° なのかな。」という投げかけから，課題につなげる。 |
| 【課題２】他の多角形の外角の和も 360° なのだろうか。 | | |
| | ○ノートに記入する。<br>【予想される生徒の反応】<br>（その１）八角形で考える<br>180°×８－180°×（８－２）<br>＝ 1440°－1040°<br>＝ 360°<br><br>（その２）二十三角形で考える<br>180°×23－180°×（23－２）<br>＝ 180°×23－180°×23＋360°<br>＝ 360°<br><br>（その３）$n$ 角形で考える<br>180°×$n$－180°×（$n$－２）<br>＝ 180°×$n$－180°×$n$＋360°<br>＝ 360° | ・自分で設定した多角形について，外角の和を求めさせ，360° になることを確認する。<br>・（その１）では，角の数が小さい多角形を取り上げ，全体で確認する。<br>・（その２）では，角の数が多い多角形を取り上げ，分配法則を用いることで簡単に外角の和を求められることを確認する。<br>・すべての多角形について説明するため，文字を使うことに気付かせる。<br>・文字を使うことで，任意の多角形の外角の和は 360°になることが説明できたことを確認する。 |
| Ⅵ　課題解決 | | 評価（ノート・発言）<br>◎多角形の外角の和の求め方を理解し，外角の和が 360° で一定であることを理解している。<br>○任意の三角形や六角形の外角の和の求め方を理解し，外角の和が 360° であることを理解している。 |
| 【まとめ】　どんな多角形でも，外角の和は 360° である。 | | |
| | ○本時の学習内容について振り返る。<br>（教科書 P. 118） | |
| Ⅶ　練習 | ○練習問題に取り組む。<br>外角の１つを求める問題（三・四・五角形）<br>教科書 P. 119 たしかめ５<br>○練習問題の解答を確認する。 | ・練習問題は ICT を用いて提示する。 |

## 3　板書計画



## 多角形の外角の和について考えよう。

**Q** 右の図のような多角形をかいて，それぞれの頂点における外角を１つずつかいてみましょう。



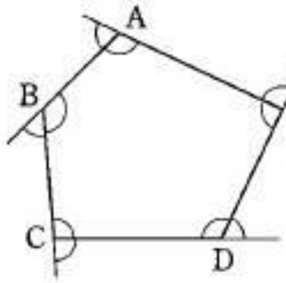

まず，**Q** の五角形の外角の和を求める方法について考えてみよう。

五角形の５つの頂点における内角と１つの外角の和をすべて加えると，　$180^\circ \times 5 = 900^\circ$

内角の和は，$180^\circ \times (5-2) = 540^\circ$

したがって，五角形の外角の和は，

$$900^\circ - 540^\circ = 360^\circ$$




**注意** 多角形の各頂点で１つずつとった外角の和のことを，単に「多角形の外角の和」という。

＼話し合おう／

**問５** 上の五角形と同じように考えて，六角形と七角形の外角の和をそれぞれ求めなさい。また，気づいたことをいいなさい。

大切にしたい考え方 ➡ p.200

五角形，六角形，七角形では，外角の和が360°になる。$n$ 角形の外角の和についても，同じように考えると，次のように求めることができる。

$n$ 角形の各頂点における内角と１つの外角の和をすべて加えると，

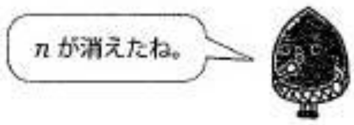
$$180^\circ \times n$$

また，$n$ 角形の内角の和は，

$$180^\circ \times (n-2)$$

したがって，$n$ 角形の外角の和は次のようになる。

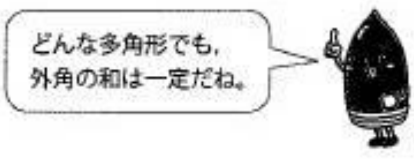
$$180^\circ \times n - 180^\circ \times (n-2) = 360^\circ$$




多角形の外角の和について，次のことがいえる。

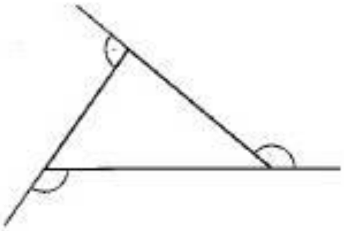
**多角形の外角の和**

**多角形の外角の和は 360° である。**



深めよう

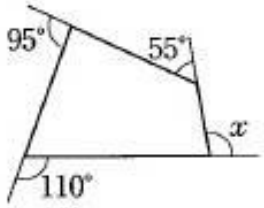
**問6** けんたさんは，「三角形の外角の和が 360° になることは，平行線の性質を使っても説明できる。」と言っています。
けんたさんの考え方で説明しなさい。



**多角形の外角の和が 360° であることを使って，問題を解いてみよう。**

多角形の外角の和

**例題4** 右の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。



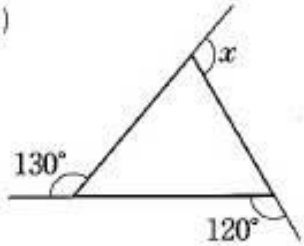

**解答**

$\angle x + 55^\circ + 95^\circ + 110^\circ = 360^\circ$ より，

$\angle x = 100^\circ$　　　　　答　100°

**たしかめ5** 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

(1)




(2)


補充問題 ▶p.223 9

**たしかめ6** 1つの外角が 72° である正多角形は正何角形ですか。

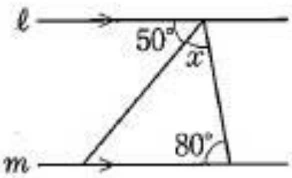
補充問題 ▶p.223 10

## 基本のたしかめ

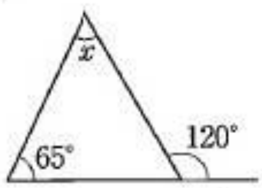
〈平行線の性質，三角形の内角と外角〉

**1** 下の図で，$\angle x$ の大きさを求めなさい。

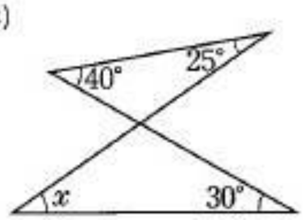
(1) $\ell \parallel m$




(2)




(3)




〈多角形の内角の和，外角の和〉

**2** 正六角形の1つの内角の大きさを求めなさい。また，1つの外角の大きさを求めなさい。

## Ⅵ　「よい授業」を行うための要件について

### １　本時の目標

本時の目標は，

「多角形の外角の和の求め方を考え，それが３６０°で一定あることを理解する」

【知識・理解】である。

過去の実践授業での目標は，下記の通りである。

[redacted]

「多角形の外角の和を演繹的に導き出し，３６０°で一定であることを理解する」【知識・理解】

[redacted]

「多角形の外角の和は３６０°であることと，またその求め方を理解する」　【知識・理解】

「多様な考えの中から，多角形の外角の和の求め方を見いだそうとする」　【関心・意欲】

・新『「問題解決の授業」に生きる「問題」集』

「多角形の外角の和の求め方を考え，３６０°であることを理解する」　【知識・理解】

本時の目標は，「多角形の外角の和が，それが３６０°で一定であることを理解する」ことであり，数学が苦手な生徒であっても，三角形と六角形以外の具体的な多角形について，多角形の外角の和が３６０°で一定であることが理解できればよいことから，目標を簡潔かつ具体的に示し，１つに絞った。

### ２　問題と問題提示

本時の授業を構築するにあたって，旭川市内の中学校で採用している教育出版と，他の教科書の内容を比較検討した。

（１）単元構成の比較

① 教育出版，啓林館，大日本図書，学校図書，数研出版，日本文化出版
対頂角の性質→同位角，錯角→平行線の性質，条件→三角形の内角と外角の性質→多角形の内角の和
→【多角形の外角の和】
② 東京書籍
③多角形の内角の和→【多角形の外角の和】→対頂角→同位角，錯角→平行線の性質，条件
→三角形の内角と外角の性質

①の６社は，基本的な図形の性質を基にして，新たな図形の性質を筋道を立てて学んでいく流れになっており，生徒にとって理解しやすい構成といえる。

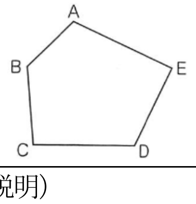
それに対して②は，小学校で学んだ「三角形の内角の和が１８０°である」という性質を正しいと仮定して，多角形の内角と外角の和をそれぞれを導いたうえで，三角形の内角の和についても根拠を基にして説明しようという流れになっている。図形への関心・意欲が高い生徒にとっては，興味を抱きやすく，苦手な生徒にとっては理解しにくい構成と考える。

（２）多角形の外角の和の導入問題と指導構成の比較

○教育出版

多角形の外角の和について考えよう。

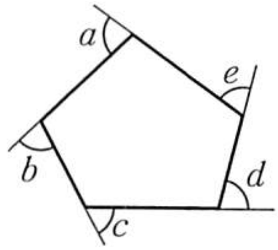
Q　右の図のような多角形をかいて，それぞれの頂点における外角を１つずつかいてみましょう。




一般的な五角形（説明）→六角形，七角形（問）→ $n$ 角形（説明）

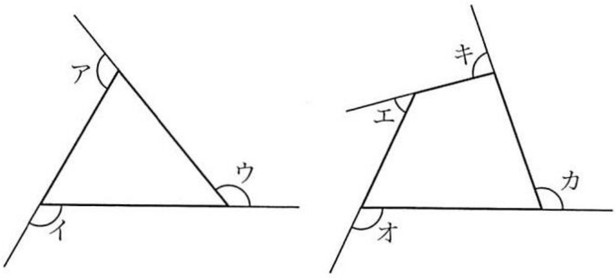
○啓林館

右の図のように，多角形の各頂点における外角を１つずつとった和を，その多角形の外角の和といいます。
いろいろな多角形の外角の和について考えましょう。




ひろげよう　どうなるかな

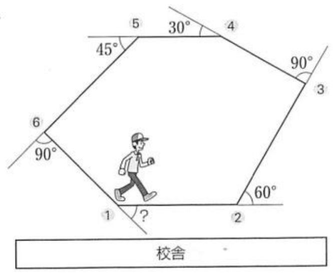
下の図の三角形，四角形の外角の和は何度でしょうか。
また，ノートにいろいろな多角形をかいて，外角がどうなるかを調べましょう




一般的な三角形，四角形（導入課題）→一般的な五角形（説明）→ $n$ 角形（説明）

○大日本図書

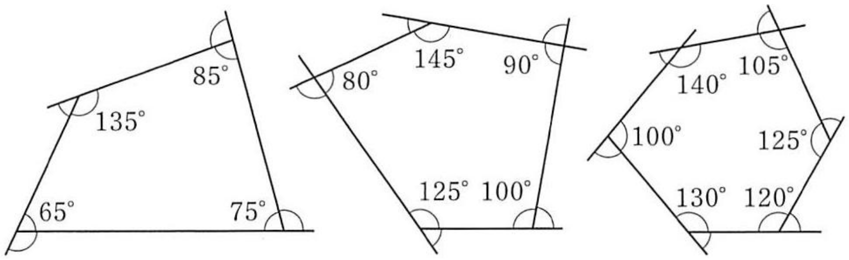
Ａさんは，右の図のように，地点①からスタートして，まず校舎と平行に進み始め，②，③，④，⑤，⑥でそれぞれの向きを変えて進み，①の位置に戻ってきた。この後，①で何度向きを変えると校舎と平行に進むことができるだろうか。




具体的な六角形（導入問題）→一般的な五角形（スモールステップ式の問題）
→三角形，四角形（問）→ $n$ 角形（式から読み取る）

○学校図書

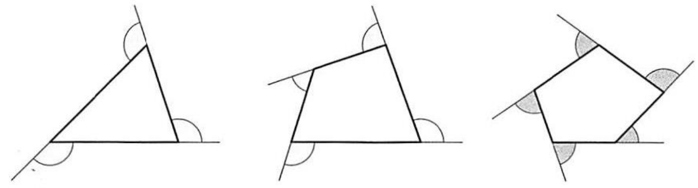
Q　次の図は，四角形，五角形，六角形の頂点の外角を表しています。これらの外角の和は，それぞれ何度になるでしょうか。また，その結果から，多角形の外角の和について，どんなことが予想できるでしょうか。




具体的な四角形，五角形，六角形（導入課題）→五角形（説明）→八角形の外角の和（問）
→ $n$ 角形（説明）

〇数研出版

Q　三角形，四角形，五角形の外角の和は，それぞれ何度になるでしょうか。

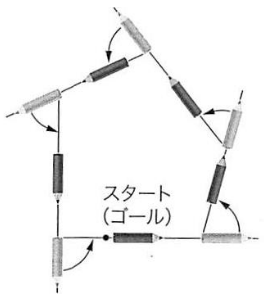


一般的な三角形，四角形，五角形（導入課題）→五角形（説明）→ $n$ 角形（説明）

〇日本文化図書

Q　右の図の鉛筆が，五角形の辺に沿って進み，各頂点では外角の分だけ向きを変えて１周したとき，鉛筆は，合計で何度向きを変えたことになるでしょうか。

四角形や六角形でも調べてみましょう。




鉛筆で準備された五角形（導入課題）→五角形（説明）→四角形，六角形（問）→ $n$ 角形（予想して説明を考える）

〇東京書籍

まず，五角形で考えてみよう。

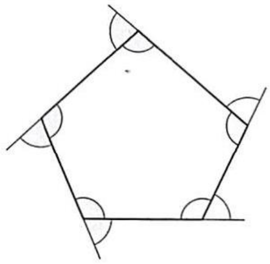
どの頂点でも，５つの頂点の内角と外角の和をすべて加えると

１８０°×５＝９００°

ところが，５つの内角の和は１８０°×（５－２）＝５４０°

したがって，五角形の外角の和は

９００°－５４０°＝３６０°



一般的な五角形（説明）→四角形，六角形（問）→ $n$ 角形（問）

７社ともに，いくつかの多角形の外角の和を調べることを通して，$n$ 角形の外角の和が３６０°であることを帰納的に予想させ，確かめる流れになっている。

「授業のはじめに与える問題は，複雑ではなくシンプルに，決定問題にして提示することを基本としたい。」(1) と相馬氏が述べているように，２つの多角形の外角の和の比較を通して，「どちらが大きいだろうか？」というシンプルな問題としている。

本時は，三角形と六角形の２種類を提示する。

本時の問題は，直観的に予想させると「三角形」が少ないが，「同じ」という予想を含めて意見が分かれる。数学が苦手な生徒であっても，「三角形の３の２倍である六角形なら，外角の和も２倍になるのではないか。」と角の数も２倍にし予想もしやすいと考えた。また，その予想を確かめていく過程で，「三角形の外角の和は３６０°」，「六角形の外角の和も３６０°ということは，何角形でも外角の和は３６０°になるのか？」，「すべての外角の和は３６０°になるのか？」というように，生徒自身から課題が出て，意欲的に思考しつづけることができる。

また，求めていく過程で「おや？同じになりそうだ！」という意外性があるのもこの問題のおもしろさだと考える。

問題提示は，生徒の興味を高めるために，事前に黒板に問題と三角形，六角形をかいておく。また，下位の生徒が考えやすくするため，三角形は正三角形のような形にする。提示した図は，三角形の方のみ外角の線は入れておく。三角形では，既習内容である外角について印をつけ，３つあることを確認する。六角形では，生徒ともに６つの頂点から１つの辺を延長して外角をつくり，外角に対する理解を深め，「三角形と六角形では，どちらの外角の和が大きいだろうか？」と問題を提示することにした。

## ３　考えの取り上げ方

生徒に予想させた後，「外角の和を求めるためには，どうしたらよいだろうか。」と問いかけると次のような考えが出される。

①分度器を測って求める（実測）
②紙を切って貼り合わせる（実験）
③正三角形の場合で考える（特殊化）
④補助線→平行線の同位角を使う（既習内容の活用）
⑤内角の和が１８０°であることを利用する（既習内容の活用）

①～③の考え方は，数学の苦手な生徒であっても，いずれかの方法で問題を解決できることから，早い段階で取り上げ，和が３６０°になることを確認する。②の考え方が出されれば，三角形を画用紙にかいたものを準備しておき，教師が実際に見せる。④の考え方が出れば扱うが，⑤の考え方で一般化へもっていくために，口頭で発表させ，メモ板書で意味を確認する程度で済ませる。⑤は，色チョークを使い，$n$ に対応する部分（３と６）を強調し，式の意味を確認する。

また，個人思考の場面で生徒の思考の停滞が見られたときには，一度全体交流の場面を設定し，解決のためのヒントを提示してから個人思考に戻す。このことによって，生徒の意欲の持続化と思考の連続性へとつなげることができると考えた。生徒の考え方がすべて出されたところで，「どれが一番よい考えか？」と問いかけ，①～③では任意の三角形で３６０°になるということは説明できないことを確認する。⑤の考え方では，どんな三角形でも多角形の和は３６０°であることを確認する。この発問により，一般化への流れがスムーズになると考える。

## Ⅶ　指導案検討で討議された内容，問題の変遷

（１）指導案検討で討議された内容

**①問題提示について**

１，２回目のプレ授業で，予想が分かれなかったことから，３回目のプレ授業では，問題の提示方法を変えた。三角形の外角の線をあらかじめ引いておき，五角形の方は外角を取らず提示した。五角形に外角がない方が，予想が分かれるのではないかと考えた。また，黒板にかく図形も，五角形を三角形よりも大きくかくとよいという考え方も出された。

４回目のプレ授業では，三角形の外角の線をあらかじめかいておき，六角形の外角は取らずに予想させた。しかし，六角形の外角が６個あるイメージができていない生徒が多かった。そこで，六角形では，教師が生徒とのやりとりの中で，１つの頂点から線を延長させてできる外角をしっかりと確認してから，どちらの外角の和が大きいかを予想させた方がよいことがわかった。

プレ授業を受けて，六角形の外角の和の方が大きいと予想する生徒は，「三角形の３の２倍であるから六角形なら，外角の和も２倍になるのではないか。」と角の数の２倍にした予想もしやすいことから，三角形と六角形で問題を提示することにした。

**②授業の流れに関わって**

１回目のプレ授業では，**【課題２】**「他の多角形の外角の和も３６０°なのだろうか？」の提示後，２つの多角形を取り上げ，学級全体で外角の和が３６０°になることを確認した。授業後の検討では，「三角形と六角形以外の多角形の外角の和は何度なのかな？」と問いかけ，「どんな多角形でも外角の和が３６０°である」ことを理解させるためには，自分で設定した多角形について外角の和を求めた方がよいという意見が出された。

これを受けて，2回目のプレ授業で実践すると，十二角形や二十角形，百角形など，いろいろな多角形で生徒は考え，どんな多角形でも外角の和が３６０°になることが確認できた。

また，２回目のプレ授業からは，外角を求める過程では，ほとんどの生徒が，次のような計算をする。

八角形の場合　　１８０°×８－１８０°×（８－２）
＝１４４０°－１０８０°
＝３６０°

次の計算を紹介することは，多角形を大きい数で考えても計算が楽なこと，そして，一般化の式で１８０°× $n$ と－１８０°× $n$ で文字の項がなくなり，３６０°だけが残る考え方に生かされることから，$n$ の値が大きい場合の具体例として流れの中で紹介するとよいという考え方が出された。

１８０°×１００－１８０°×（１００－２）
＝１８０°×１００－１８０°×１００＋３６０°
＝３６０°

③ＩＣＴ機器の取り扱いについて

１，２回目のプレ授業では，教育出版の指導書にある五角形の外角の和が３６０°になる映像をみせた。しかし，見せた場面が「どんな多角形の外角の和も３６０°になる」と理解した後だったため，特に必要がないことから，３回目のプレ授業以降では映像を使用しないことにした。

練習問題の場面では，たしかめ５(1)は評価問題としてよいが，(2)の問題が急にレベルがあがることが課題となった。そこで，本時の目標では，外角の和が３６０°であることを根拠として∠ $x$ を求める式をつくることができればよいということから，ＩＣＴ機器を利用し，たしかめ５(1)程度の問題を３問（三角形，四角形，五角形）用意した。生徒はノートに板書することなく，画面をみて教師とやりとりをしながら進めることにした。その後，たしかめ５を行い，(2)の扱いは，ＩＣＴ機器で補助線を確認し，進めることで理解が深まると考えた。

（２）問題の変遷

多角形の外角の和の授業は，７社の教科書を比較すると五角形が多い。過去の実践例をみても，「三角形と四角形」か「三角形と五角形」という問題提示が多い。

そこで，問題を「三角形と四角形」（H29.10.11），「三角形と五角形」（H29.10.13），「三角形と六角形」（H29.10.11）の３つのパターンでプレ授業を行った。

プレ授業からは，多角形の違いで授業の流れが変わることはなかった。しかし，予想が分かれる方が，求めていく過程で「おや？同じになりそうだ！」という意外性があるためよいと考えた。

また，【課題①】の解決過程で，四角形より五角形や六角形の方がよいことがわかった。四角形では，１８０°×４－３６０°と生徒は考える。四角形の内角の和は３６０°と知っているため，内角の和を求める式１８０°×（４－２）とはならない。しかし，五角形や六角形では，１８０°×６－１８０°×（６－２）と内角の和を求める考え方の式が出され，この後の授業の流れがスムーズになった。

また，数学の苦手な生徒であっても，「三角形の３の２倍である六角形なら，外角の和も２倍になるのではないか。」と２倍を根拠に予想しやすいことから，「三角形と六角形」で問題を提示することにした。

〈引用・参考文献〉

（1）相馬一彦・國宗進・二宮裕之『数学の「よい授業」』明示図書 2016
○　相馬一彦・佐藤保『新「問題解決の授業」に生きる「問題」集』明示図書 2009
○　７社の教科書
○　澤田利夫他『中学数学２』教育出版
○　岡本和夫他『未来へひろがる数学２』啓林館
○　赤攝也他『数学の世界２』大日本図書
○　一松信他『中学校数学２』学校図書
○　岡部恒治他『中学校数学２』数研出版
○　重松敬一他『中学数学２』日本文化出版
○　藤井斉亮他『新しい数学２』東京書籍