

第3学年 数学科学習指導案

日時 平成26年

場所

生徒

授業者

1 単元名 「5章 相似な図形」 (使用教科書「教育出版」)

2 単元について

新指導要領において、小学校算数科の第6学年では、図形についての観察や構成などの活動を通して、縮図や拡大図について学習する。生徒は、2つの図形の形が同じであることを、縮図や拡大図を通して理解する。中学校数学科では、これらの学習の上に立って、三角形や多角形などについて形が同じであることの意味をさらに明確にすることになる。

相似は2つの図形を対象とし、その関係を表す概念である。相似の定義は「一方の図形を拡大または縮小したときに他方の図形と合同となる」ということであり、この定義をもとに、三角形の合同条件と比較させながら、直観的、実証的に三角形の相似条件を導き、またそれを使っていく。

三角形と比の性質や平行線と線分の比の性質は、三角形の相似条件を元に説明することができる。図をかいたり、実測したり等の活動を通して性質に気付き、それを証明するという学習過程を重視することによって、論理的思考力や直観力をのばすことができるよう心がけたい。

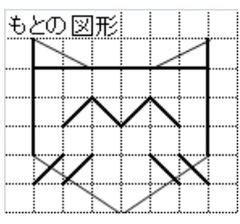
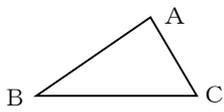
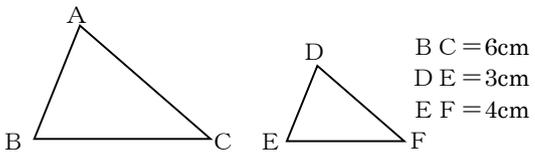
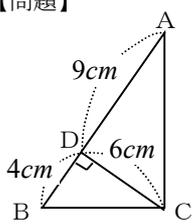
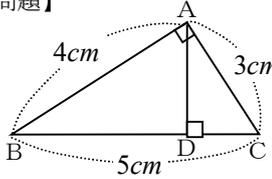
また、相似な図形の問題では、補助線を引くことが解決の糸口になることが多く、試行錯誤の手がかりとして、平行線を引くことを積極的に行い、主体的に数学に取り組む姿勢を育てたい。さらに、地図や測量など、日常生活で相似な図形の性質を使える場面が多く見られ、相似を学習することによって活用の深まりを生徒が実感できるように配慮していく必要がある。

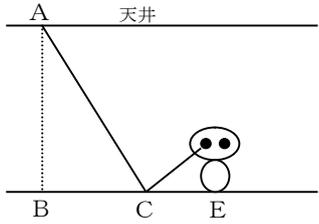
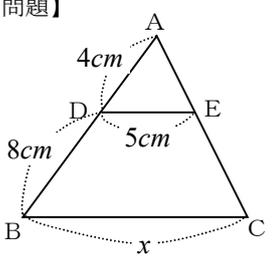
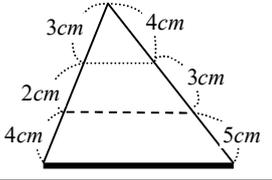
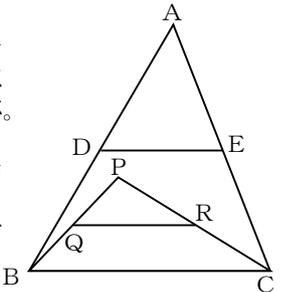
本校第3学年の生徒は、基本的な技能が身に付いていない生徒と、そうでない生徒との学力の差が大きく、数学の学習にはほぼ全員が受け身であり、教師やほかの生徒の説明を待っている生徒が多い。これまでの学習においても、与えられた問題に対して自分なりの考えをもったり、主体的に解決しようとしたりする姿勢が定着できていない。しかし、「直観でもよいので、まず考えてみよう」という姿勢が少しずつ見られるようになってきており、問題の解決過程が大切であることに気が付き始めている生徒も見られるようになってきた。日常的に問題解決的な学習をおこなうことにより、中学校卒業までに、自ら進んで考え、数学が楽しいと思えるような生徒を育成したい。

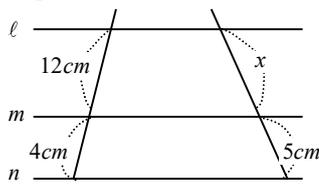
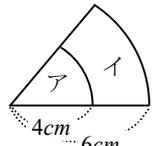
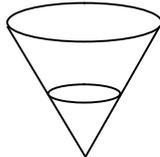
3 単元の目標

相似な図形の意味とその性質を理解させ、三角形の性質を使って図形の性質を証明したり、縮図を利用して実際の距離などを求めたりすることができるようにする。また、三角形と比、中点連結定理、平行線と線分の比について理解させ、問題の解決に使うことができるようにする。

4 単元の指導計画 (全 18 時間)

学習項目	学習目標と問題	主な数学的活動
<p>① 相似な図形 相似な図形 (1 時間)</p>	<p>〈目標〉 拡大図と縮小図をかく活動を通して、相似の意味を理解し、記号を用いて表すことができる。</p> <p>【問題】 右の図形を ①縦に 2 倍に拡大 ②横に 2 倍に拡大 ③縦にも横にも 2 倍に拡大した図形をかこう。</p> 	<p>○具体的にかく活動を通して相似の意味を考える。</p> <p>○わかりやすいように相似な図形を記号で表す方法を考える。</p>
<p>② 相似な図形の性質 (2 時間)</p>	<p>〈目標〉 相似の位置・中心の意味を理解し、相似の位置にある図形をかくことができる</p> <p>【問題】 下の $\triangle ABC$ を 2 倍に拡大した $\triangle DEF$ をかきたい。いろいろな方法で工夫してかいてみよう。</p>  <p>〈目標〉 相似な図形の相似比を使って、辺の長さを求めることができる。</p> <p>【問題】 $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ のとき、AB の長さを求めよ。</p> 	<p>○具体的にかく活動を通して相似の位置や相似の中心の意味を理解する。</p> <p>○どのように描いたのかを説明する活動。</p> <p>○相似比が等しいことを使って相似の比の式を使って線分の長さを求める活動。</p> <p>○相似な三角形の対応する線分を説明する活動。</p>
<p>③ 三角形の相似条件 (1 時間)</p>	<p>〈目標〉 図の中から相似な三角形を見だし、三角形の相似条件を理解することができる。</p> <p>【問題】 相似な三角形を見つけてよう</p> 	<p>○なぜ相似になるかを根拠を明らかにして説明する活動。</p> <p>○相似条件が成り立つ理由を考える活動。</p>
<p>④ 三角形の相似条件と証明 (2 時間)</p>	<p>〈目標〉 図形の中から相似な三角形を見だし、三角形の相似を証明することができる。</p> <p>【問題】 AD の長さを求めなさい。</p> 	<p>○相似な三角形を見いだす活動。</p> <p>○なぜ相似なのかを説明する活動。</p>

<p>◇ 相似の活用 (1時間)</p>	<p>〈目標〉 三角形の相似条件を用いて、身のまわりの2点間の距離を求めることができる。</p> <p>【問題】 太郎君は学校の体育館の天井の高さを測ろうとしている。 右の図のように鏡をC地点に置き、A点が鏡に映るようにしてメジャーで距離を測定したら、$BC = 2\text{m}$、$CE = 0.4\text{m}$であり、目の高さ(DE)は1.6mである。天井の高さを求めよう。</p> 	<p>○相似を使って具体的な距離を求める活動。</p> <p>○なぜ相似になるのかを説明する活動。</p>
<p>基本のたしかめ 練習問題 (1時間)</p>		
<p>2 平行線と線分の比 ◇ 三角形と比 (2時間)</p> <p>【本時 1 / 2】</p>	<p>〈目標〉 相似な図形に着目しながら、三角形と比についての性質を理解し、比の性質を使って長さを求めることができる。</p> <p>【問題】</p>  <p>DE//BCのとき xの値を求めなさい。</p>	<p>○相似な図形に着目し、なぜ相似なのかを説明する活動。</p> <p>○相似を根拠に比の式を使って線分の長さを求める活動。</p>
	<p>〈目標〉 三角形の相似を根拠に線分の平行を判別する活動を通して、平行線と線分の比について理解する。</p> <p>【問題】</p>  <p>3つの直線は平行か？</p>	<p>○予想したことが正しいかどうかを確かめる活動。</p> <p>○相似に着目し、なぜ平行なのかを説明する活動。</p>
<p>課題学習 三角形の角の二等分線と比 (1時間)</p>	<p>〈目標〉 三角形の頂点の2等分線からわかることを調べ、既習内容を使って証明しようとする。</p> <p>【問題】 三角形の紙を、頂点の角を2等分するように折ると、折り目と底辺の交点はどんなところにありますか？</p>	<p>○様々な補助線を引き、相似な図形を見出し、説明する活動。</p>
<p>◇ 中点連結定理 (1時間)</p>	<p>〈目標〉 意欲的に平行線と比や相似の考え方などを使って、中点連結定理を理解することができる。</p> <p>【問題】 右の図のように、$\triangle ABC$をかき、辺AB、辺ACの中点をD、Eとし、DとEを結ぶ。次に、DEとBCの間に点Pをとり、辺PB、辺PCの中点をQ、Rとして結ぶ。このとき、DEとQRはどちらが長いだろうか。</p> 	<p>○予想を確かめるために、相似を使って説明する活動。</p>

<p>◇ 平行線と線分の比 (1時間)</p>	<p>〈目標〉 既習内容を使って多様な見方や考え方で問題を解決することを通して、平行線と比の定理について理解する。</p> <p>【問題】</p>  <p>$l \parallel m \parallel n$ のとき x の値を求めなさい。</p>	<p>○予想を確かめるために、相似を使って説明する活動。</p> <p>○様々な補助線を引き、相似な図形を見出す活動。</p>
<p>基本のたしかめ 練習問題 (1時間)</p>		
<p>③ 相似な図形の面積の比と 体積の比 ◇ 相似な平面図形の面積 (1時間)</p>	<p>〈目標〉 相似な平面図形の相似比と面積比の関係を理解する。</p> <p>【問題】</p>  <p>左の図のア、イについて、 面積が大きいのはどっち？</p>	<p>○相似な平面図形の相似比、面積比について、具体的な事象から一般的にいえることを見出す活動。</p>
<p>◇ 相似な立体の表面積と 体積 (1時間)</p>	<p>〈目標〉 相似な空間図形の相似比と面積比、体積比の関係を知り、使うことができる。</p> <p>【問題】</p> <p>右の図のような円錐の容器に コップ1杯の水を入れたら、 深さが容器の半分になった。 この容器を満水にするにはあ と何杯必要ですか。</p> 	<p>○文字を用いて一般的に相似比と面積比、体積比について説明する活動。</p>
<p>基本のたしかめ 章の問題 (1時間)</p>		
<p>単元テスト (1時間)</p>		

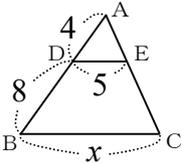
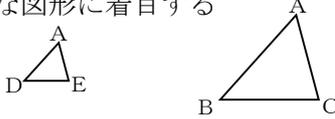
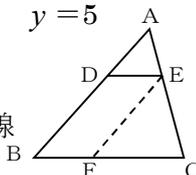
メモ

5 本時の学習

(1) 本時の目標

相似な図形に着目しながら，三角形と比についての性質を理解し，比の性質を使って線分の長さを求めることができる。

(2) 本時の展開

教師の指導	生徒の活動	留意点(・)と評価(※)
<p>I 問題提示</p> <p>【問題】 右の図で，$BC \parallel DE$である。 xの値を求めなさい。</p>		<ul style="list-style-type: none"> ・ 三角形を板書し，平行線と数値を書き入れて問題を提示する。 ・ 生徒はノートに問題をかく
<p>II 予想</p> <p>○「xの値を予想してみよう」</p> <p>○「どうして10だと思う？」</p> <p>II 課題提示</p>	<p>○予想をノートにかく (予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 10 ・ 15 ・ 10くらい ・ わからない <p>(予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ $4:8=5:x$なので$x=10$である ・ 8は4の2倍なので，5の2倍で10 ・ 10より大きくなるような気がする 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 10と答えている生徒を必ず取り上げる。 ・ 10以外の考えを取り上げ，簡単に確認する。 ・ 比の式が出れば板書し，でなければ個人思考の時に取り上げる。
<p>本当にxの値が5の2倍になるか確かめてみよう</p>		
<p>III 課題解決</p> <p>○「ちょっと考えてみよう」 (個人思考)</p> <p>○「10になった式との違いは」「なぜ，$4:12$になるの」</p> <p>○「相似がわかれば，比を使って長さを求めることができるのか？」</p> <p>○「$\triangle ABC \sim \triangle ADE$はなぜだろうか？」</p> <p>○相似がわかれば(根拠にすると)比を用いて長さを求めることができることを確認する</p> <p>○「$AE=2.5$，$EC=y$としたとき，yの値は？」</p> <p>○「なぜその式になったのか？」</p> <p>○「③の根拠となる相似な三角形は？」</p>	<p>(予想される生徒の反応)</p> <p>①$4:12=5:x$で求められる</p> <p>②三角形を2つに分けて考えればできる 相似な図形に着目する</p>  <p>$\triangle ABC \sim \triangle ADE$がわかればよい</p> <p>○$\triangle ABC \sim \triangle ADE$の理由をかく</p> <p>$DE \parallel BC$から，平行線の同位角が等しい</p> <p>$\angle ABC = \angle ADE$ $\angle ACB = \angle AED$</p> <p>(予想される生徒の反応)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 相似を使って解くことができる。 <p>①$4:12=2.5:(2.5+y)$ $10+4y=30 \quad y=5$</p> <p>②$4:12=2.5:z$ $z=7.5 \quad y=7.5-2.5=5$</p> <p>③$4:8=2.5:y \quad 4y=20 \quad y=5$</p>  <ul style="list-style-type: none"> ・ 図に補助線を引いて考える ABに平行でEを通る補助線を引いて相似を使う 	<ul style="list-style-type: none"> ・ ①は取り上げ，10になる式と比較させる。 ・ ①と②は関連させながら，②がいえることが①を使う条件になることを確認する。 ・ ③については扱わなくてもよい ・ $\triangle ABC \sim \triangle ADE$の証明をかく ※相似に着目して考えることができる(ノート) ・ 比の式を発表させ，どの三角形が相似なのかを説明させる。 ・ ①②はどちらかを取り上げ，③は必ず取り上げる ・ 新たな長さを図に書き入れ，相似の考えを使えるかどうか確かめる。

<p>IV 問題の解決</p> <p>○「答えを確認しよう」</p> <p>○「三角形の比の定理として確認しよう」</p> <p>○練習問題</p> <p>○宿題</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・ $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ から $x = 15$ ・ $\triangle ABC \sim \triangle EFC$ から $y = 5$ <p>○教科書の定理を確認し、証明しなくてもこれから使ってもよいことを知る。</p> <p>○教科書の問題 (p143) たしかめ 1</p> <p>(1) 定理 1 を使って $x : 9 = 4 : 6$ $6x = 36$ $x = 6$</p> <p>(2) 定理 2 を使って $2 : x = 3 : 6$ $3x = 12$ $x = 4$</p> <p>○教科書の補充問題 2 問</p>	<p>※比を使って問題を解くことができる (ノート・テスト)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・できた生徒から黒板で解かせる。 ・簡単に生徒の考えを聞く
--	--	---

6 授業構築の視点

北海道算数数学教育会 (以下、北数教) では、研究主題を『「社会に生きる、社会に活かす」算数・数学教育の探求』と設定し、毎年研究大会を開催している。中学校部会では、研究主題を『「生きる力」を育てる数学教育の実践研究』と設定し、具体的に次の4つの研究の視点を示している。

- (1) 基礎・基本の確実な定着を図る学習活動や学習過程の工夫
- (2) 数学的活動の充実を図る指導の工夫
- (3) 数学を活用する力を育てる指導の工夫
- (4) 学習への自信と意欲をもたせる指導の工夫

これらのことを受け、オホーツク管内算数数学教育研究会 (以下、OTM) 中学校部会では、研究主題を、『主体的に考え、表現する生徒の育成を目指した授業改善～数学的活動の充実を通して～』と設定し、目指す子ども像を明確にするとともに、数学的活動の充実を重点として授業づくりを進めている。

本指導案では、数学的活動を意図的、計画的に取り入れることで、生徒は自然な思考の流れに沿って理解することができたり、指導した内容の必要性を実感させることができたりできると考えた。これをもとに、発問や指導の手立てを組み立て、次のように授業を構築した。

本時案に位置付ける数学的活動	教師の指導や生徒の思考など
<p>問題の提示と把握</p> <p>○問題からわかっていることを整理し、予想をする。</p> <p>↓</p> <p>課題の設定と把握</p> <p>○生徒個々が自分なりの考えから、予想したことが正しいかどうかを考える。</p> <p>↓</p> <p>課題解決・問題解決</p> <p>○既習内容である相似な図形に着目して、それが相似であるかどうかを調べる。</p>	<p>「何 cm になりそうか予想してみよう」 「どうしてそのように考えたのか」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 2 倍になりそう ・ 3 倍になりそう <p>「何がわかればよいか？」 「困ったことはないか？」</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 相似な三角形がない (補助線が必要) ・ 相似な三角形がある

- どの相似条件にあてはまるかを考える
- 相似であることを図でし、等しい理由を簡単にかく
- 相似がわかれば相似比が等しいことから、対応する線分の比を使って式をつくる
- もう1つの値を求めるために、2つの考え方から選択し、値を求める

定着・深化

- 三角形と比をつかって、他の問題を解く

- 「なぜ相似といえるのかな？」
- ・図を抜き出して考えてみよう
 - ・図にかきこんでみよう
 - ・相似条件にあてはまりそうだ
 - ・角が等しいところがある
 - 「どんな式になるだろうか？」
 - ・対応しているところを考えよう

- 「どちらの考えを使ったの？」
- ・補助線でできた相似な三角形を使う
 - ・小さい三角形と大きな三角形を使う
 - 「なぜその式になったのか？」
 - ・三角形と比の定理①から
 - ・三角形と比の定理②から

7 指導案検討での内容と問題の変遷

(1) 教科書の比較

教科書の問題を比較することとした。中学校数学科では7社の教科書があり、教科書の問題を比較することにより、本時の目標を達成させるための課題設定のきっかけとなる“よい問題”を検討した。

右の図で、直線 n を上下に平行移動させてみよう。

(1) 3直線 l, m, n でつくられる三角形について、どんなことがいえるだろうか。

三角形の1辺に平行な直線をひいたときにできる線分の比について調べよう。

1 右の図の $\triangle ABC$ で、辺 AB, AC 上に、 $DE \parallel BC$ となる点 D, E をとる。

(1) $\triangle ADE$ と $\triangle ABC$ はどんな関係になっていますか。

(2) $AD : AB = AE : AC$ であることを証明しなさい。

三角形の辺に平行な線分の長さについて調べてみよう。

右下の図の $\triangle ABC$ で、辺 AB 上の点 D から、次の①～③の手順で直線をひきます。

- ① 点 D から辺 BC に平行な直線をひき、辺 AC との交点を E とする。
- ② 点 E から辺 AB に平行な直線をひき、辺 BC との交点を F とする。
- ③ 点 F から辺 AC に平行な直線をひき、辺 AB との交点を G とする。

上の①～③の操作を繰り返すと、右の図のようになります。

(1) 右上の図で、ひいた線分の長さをはかり、右の表にかきましょう。

DE	EF	FG	GH	HI	ID

(2) (1)の結果から、 $DE : BC$ を求めましょう。また、その比と等しい線分の組を見つけましょう。

ひろげよう どうなるかな

右の図の $\triangle ABC$ で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 $\triangle APQ \sim \triangle ABC$ であるといえるでしょうか。

また、 AQ, PQ の長さはどうなるでしょうか。

いろいろな方法で、長さを3等分してみましょう。また、3等分できるわけを考えてみましょう。

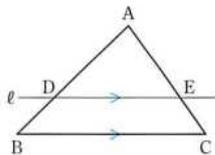
トライ1 右の図のように、 $\triangle ABC$ の辺 AB を4等分する点 D, E, F のどれかを通り、辺 BC に平行な直線をひきましょう。その平行な直線が2辺 AB, AC をそれぞれどのような比に分けるか調べましょう。

平行線によって区切られた線分の長さの比を調べてみよう。

次の図のように、等間隔に引かれた平行線上に点 A, B をとり、2点を結びました。線分 AB は平行線によって、どのように区切られているでしょうか。また、点 B を同じ直線上で動かした場合はどうでしょうか。



△ABCをかいて、右の図のように、辺BCに平行な直線ℓをひいてみましょう。そして、ℓが辺AB、ACと交わる点をそれぞれD、Eとして、線分AD、DB、AE、ECの長さを測り、AD : DBとAE : ECを比べてみましょう。



多くの問題が、底辺と平行な線分を示し、わかることや気が付いたことから、比についての証明を相似を用いて行っている。また、三角形と比についての定理のについて扱いが違っている。6社が平行の場合の比が等しいことの2種類（図1）をまとめており、1社が平行と比が等しいことが必要十分条件であることの1種類をまとめている（図2）。

定理 三角形と線分の比(1)

△ABCの辺AB、AC上に、それぞれ点D、Eをとるとき、次のことが成り立つ。

[1] DE // BC ならば

$$AD : AB = AE : AC = DE : BC$$

[2] DE // BC ならば

$$AD : DB = AE : EC$$

図1

三角形と比(1)

定理 △ABCの辺AB、AC上の点をそれぞれD、Eとするとき

① DE // BC ならば

$$AD : AB = AE : AC = DE : BC$$

② AD : AB = AE : AC ならば

$$DE // BC$$

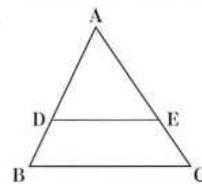
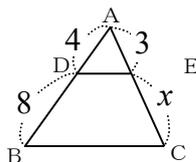


図2

本時の目標が「相似な図形に着目しながら、三角形と比についての性質を理解し、比の性質を使って線分の長さを求めることができる」であることから、課題を「比の式をつかって求めることができるか」としたいと考える。そのため、課題設定のきっかけとしての問題としては、比の式という考えか出やすい問題である必要がある。さらには、主体的に学習に取り組むようにするため、予想を取り入れることとしたい。このことから、次の問題とした。

【問題A】

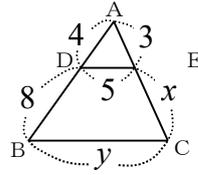
右の図で、BC // DEである。
xの値を求めなさい。



この問題であれば、補助線の考え方を先に取り上げることができる。また、△ABCと△ADEの相似を使っても式をつくることができ、2通りの考え方で授業を展開することができる。さらに、補助線を使った方（三角形と比の2つ目の定理）の式の方がシンプルであり、2つの定理を扱うことができる。この指導案で事前授業をお願いしたところ、様々な課題があるがおおよそスムーズに授業が流れていくということであった。しかし、この問題の場合、多くの生徒が予想（単純に2倍になる）したとおりになってしまう、「本当に2倍になるか？」といっても、必要観がないように思う。さらに、底辺の長さも後から求めることとなり、練習問題でも扱いたいため、時間がかかってしまう可能性がある。

【問題B】

右の図で、 $BC \parallel DE$ である。
 x と y 値を求めなさい。



この問題のよい点は、

- ①どの生徒も予想しやすい（前2つの問題も同じ）
- ②予想が分かれる（課題提示まで自然な流れになる）
- ③2通りの考え方がしやすい（三角形と比の2つの定理が扱える）

という大きな3点がある。しかし、2つの長さを求めることで生徒が混乱し、何を
してよいのかわからない状況が生まれる可能性がある。

三角形と比についての定理は2種類あり、両方を考えさせるには、生徒の実態とし
て難しいのではないかという考えから、このような問題を設定することとした。こ
の問題は、相馬一彦編著『「予想」で変わる数学の授業』明治図書.2013を参考にし
ている。この問題のよい点は、予想が分かれることにある。そのことによって、生
徒に「どうして？」という思いをもち、課題を自然に設定できる。そして、主体的
な活動（数学的活動）の充実が図れる。

生徒の実態としても受け身の姿勢の生徒が多いため、予想しやすい問題設定とす
ることとした

【問題C】

右の図で、 $BC \parallel DE$ である。
 x の値を求めなさい。

