

中学3年3組 数学科学習指導案

指導者

1 単元名 四角形の中点を結んでできる図形の秘密を探ろう ～図形と相似～

2 単元のねらい

図形の性質を三角形の相似条件などを基にして確かめ、論理的に考察し表現し、相似な図形の性質を用いて考察することができるようにする。また、相似な図形の性質を具体的な場面で活用する力を伸ばす。

3 授業の構想

(1) 平方根の利用の学習で、「コピー機の拡大コピー」を題材に取り組んだ。「A4をA3に拡大するには何倍（何％）に拡大にすればよいか」と問いかけ、その答えを予想した。生徒からは「A3用紙はA4用紙2枚分だから2倍（200％）に拡大すればよい」という予想が多く出た。しかし、実際にコピー機で拡大すると200％ではうまくいかなかった。コピー機の機能から141％に拡大すればよいということがわかったが、「どうして141％でうまくいくのか」「なぜ2倍でないのか」という問いが生まれた。そこで「A4からA3に拡大するのに141％でうまくいく理由を説明しよう」という課題を設定した。個人で追求する

際には、定規や電卓などを使い、A3とA4それぞれの長辺（縦）と短辺（横）の長さを測った生徒もいた。そしてその長さを比べ、A3とA4の辺の長さの倍率が約1.41倍であることから141％であると考えた生徒が多くいた（図1）。具体的な数で考えた生徒の発表に対して、「具体的な数では誤差が出るので、文字を使った説明が良いのではないか」という意見が出た。そこから、文字を使った説明を考え、学級で共有した

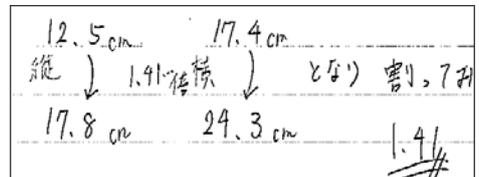


図1

（図2）。授業を通して、日常生活の中にある数学を探し、問いを見つけ、数や式などの数学的な表現を用いて他者とお互いの考えを伝え合ったり、他者の多様な考え・価値観に触れたりしながら、よりよい

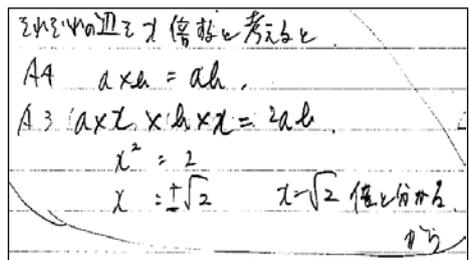


図2

解決の方法を探索する姿が見られた。このような姿が現れる数学学習こそ、本学校園算数・数学科が考える子どもの豊かな算数・数学観を育むことができると考える。

(2) 単元を通して、生徒がもった問いを、既習事項を用いて数学的に説明する活動を取り入れる。第1次では、根拠に基づいて、図形が相似であることを証明する活動を行う。第2次では、平行線と線分の比について、補助線を引いて、既習事項を用いて性質を探る。第3次では、四角形の中点を結んでできる図形の性質を探る。本時においては、四角形の各辺の中点を結んでできる図形が4種類になる理由を追求する活動を行う。既習事項をもとに図形の性質を発見し、四角形の中にできる図形の辺や角が対角線に関係していること

を、他者と考えを伝え合いながら、主体的に課題を追求する姿を期待したい。そのために次のような手立てを重視していく。

取り上げる題材として、四角形の中点を結んだときにできる図形がどのような図形になるのか追求していく。まず、基となる四角形を自由に作図し、中点を結んでできる図形が人と異なる状況をつくる。その後「基になる図形で形が決まるのか」「他にどんな図形ができるのか」など、生徒に問いが生まれ、自ら解決したいという思いを引き出すようにしたい。第14時では、「他にどんな図形ができるのか」という問いを取り上げ、それを課題とする。追求の際には、四角形の中点を結んでできる図形の変化に注目できるようにGC(Geometric Constructor)を用いる。GCを使うことでたくさんの図形を取り上げることができるようにしていく。第15時では、中にできる図形が、「本当にその四角形になるのか」と問いかけ、証明する必要性に気付けるようにする。そして、自ら証明したい図形を選び、主体的にその証明を考えることができるようにしていきたい。

第16時(本時)では、四角形の中点を結んでできる図形を整理し、四角形の中にできる図形の種類に注目する。その中で「四角形の中にできる図形が4種類になっている」という発言を取り上げ「なぜ4種類になっているのか」について解決する学習を行う。手立てとして、前時に考えた証明を友達と共有する場面を設定する。自分が証明した図形以外の図形に触れることで、全ての証明に対角線を用いていることに気付けるようにしていきたい。また、「四角形の中にできる図形の辺や角はどの部分に関係しているのか」と問いかけ、辺の長さや角の大きさが対角線に関係していることに着目できるようにする。終末では、図形の分類を行い、対角線によってできる図形が4種類になることを考える姿を期待したい。

4 展開計画 (全 24 時間 本時 16/24)

次	時	主な学習と具体的な学習・内容	◇願う子どもの姿
1	1 2・3 4・5 6・7	<ul style="list-style-type: none"> 形が同じ図形をかき、相似な図形の性質を確認しよう。 比の性質を使って辺の長さを求めよう。 2つの三角形は、どんな場合に相似になるか考えよう。 2つの三角形が相似になることを証明しよう。 	◇図形が相似であることの証明を筋道立てて考える姿
2	8 9 10 11 12	<ul style="list-style-type: none"> 長さを測らないでノートを3等分にする方法はないか考えよう。 平行線と線分の比について考えよう。 平行線に挟まれた線分の比について、補助線を引き、既習事項を用いて考えよう。 三角形の角の二等分線と線分の比について、いろいろな補助線を引き、考えよう。 平行線と線分の比の定理の逆が成り立つかどうか調べよう。 	◇平行線と線分の比について、補助線を引いて、既習事項を用いて性質を考える姿
3	13 14 15 ⑬	<ul style="list-style-type: none"> 四角形の中点を結んでできる図形が平行四辺形になることを証明しよう。 四角形の中点を結んでできる図形は、どんな図形ができるか考えよう。 四角形の中点を結んでできる図形が本当にそう言えるのか証明しよう。 四角形の中点を結んでできる図形が4種類になる理由を考えよう。 	◇中点を結んでできる図形について、辺や角に注目して、図形がどの部分に関係するのか考える姿
4	17・18 19・20	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形をしきつめ、相似な図形の面積の関係を調べよう。 相似な立体の表面積と体積の比について調べよう。 	
5	21・22 23 24	<ul style="list-style-type: none"> 相似な図形の性質を利用して、身近にあるものの長さを求めよう。 相似な図形で学んだことについてレポートを書こう。 レポートに書いたことを発表しよう。 	◇相似な図形で学んだことをレポートにまとめ、人に伝える姿

5 本時の学習

(1) ねらい

四角形の各辺の中点を結んでできる図形が、四角形のどの部分に関係して決まるのかを、既習事項を用いて考えることができる。

(2) 展開

学習場面と子どもの取組	教師の支援と願い・評価
<p>1. 前時の授業で調べたことを整理する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・凸四角形→平行四辺形 ・長方形→ひし形 ・ひし形→長方形 ・正方形→正方形 ・等脚台形→ひし形, 正方形 ・たこ形→長方形, 正方形 	<ul style="list-style-type: none"> ・個人の問いを学級全体で共有し, 追求の方向性がはっきりするようにする。 ・生徒とのやり取りの中で, 中にできる図形が4種類しかないことに気づき, その理由を考えることを課題とする。
<p>四角形の中点を結んでできる図形が4種類になる理由を考えよう</p>	
<p>2. 課題について追求する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・他の証明はどうなっているのかな。 ・4種類の証明に共通している部分はどこかな。 ・辺の長さや角の大きさはどの部分に関係しているのかな。 <p>3. 全体で共有する。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・できる図形の1辺は対角線の2分の1の長さであることがわかるので, 長さは対角線によって決まる。よって, 対角線の長さが等しいときは, ひし形, 正方形になる。 ・できる図形の角は平行線と線分の関係から考えると, 2つの対角線の交わる角度によって決まる。よって, 対角線が直角に交わるときは, 長方形, 正方形になる。 ・対角線の長さが異なり, 直角に交わらないときには, 平行四辺形になる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・「4種類の証明を確認してみよう」と問いかけ, 班で課題を考えるようにする。 ・前時で考えた証明を班で共有することで, 全ての証明に対角線を用いることに気付けるようにする。 ・「辺や角はどの部分に関係しているのか」と問いかけ, できる図形の辺や角が基の四角形の形によって決まることを考えるきっかけとする。 ・対角線の関係と中にできる図形について分類を行い, 対角線の長さや交わる角度で平行四辺形, ひし形, 長方形, 正方形の4種類になることに気付けるようにする。
<p>4. 本時を振り返る。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・4つの辺の中点を結んでできる図形が対角線に関係していることに驚いた。 ・凹四角形するときにも言えるのか調べてみたい。 	<p>評価の観点 (数学的な見方・考え方)</p> <p>四角形の各辺の中点を結んでできる図形が、四角形のどの部分に関係して決まるのかを、既習事項を用いて考えている。</p> <p>【評価方法 発言・ノート・ふりかえり】</p>