

第3学年 数学科 学習指導案



1 単元（題材）名 「円の性質」～方べきの定理～

2 単元（題材）の目標

- 観察、操作や実験などの活動を通して、円周角と中心角の関係を見いだして理解し、それをを用いて論理的に考察し表現できるようにする。 【関心・意欲・態度】
- 円周角と中心角の関係などの円の性質を、具体的な場面で活用して論理的に考察し、それを説明できるようにする。 【数学的な見方・考え方】
- 円周角と中心角の関係を理解し、それが説明できることを知る。 【数学的な技能】
- 円周角の定理の逆の意味を理解する。 【知識・理解】

3 単元の指導計画（全10時間）

- 1 節 円周角と中心角 5時間
- 2 節 円の性質の利用 3時間
- 章末 2時間

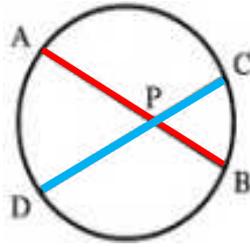
4 本時の計画（10時間目／全10時間）

(1) 本時のねらい

方べきの定理について、三角形の相似を証明することを通して、円周角の定理を具体的な場面で活用することができる。

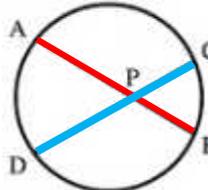
(2) 前時の内容

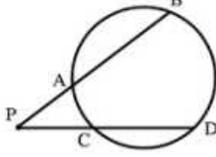
学習活動	教師の働き掛けと予想される児童生徒の反応	■評価規準(観点/方法) ○留意点
導入 1 ゲーム感覚で、交差する線分の長さを測りながら、関係性を見いだす。	T1 ゲームをします。2人組でじゃんけんをして先攻後攻を決めて下さい！先攻は好きなように弦ABを書きます。後攻は弦ABに交わるように弦CDを書きます。交点をPとし、 $AP \times BP$ が先攻の得点、 $CP \times DP$ が後攻の得点です。得点が高い方が勝ちです。【問題1】 S1 全部小数。計算めんどくさ…。 S2 う～ん…あんまり変わらないな… S3 かけると…えっ？まさかの同点！？ S4 勝ったー！真ん中通れば勝ちじゃん！ T2 何か必勝法が見つかりましたか？ S5 直径を通れば勝ち！ T3 そうですか…皆さん同じ意見ですか？ S6 いや！（直径に）勝てる方法はきっとある！！？ T4 そうですよ！悔しいので直径に勝つ方法を探してきてください！ 今日の宿題にします！【問題2】	○隣同士の2人組でゲームをする。 ○赤ペンと青ペンを用意させる。 ○全員に予想をさせる。 ○電卓配布 ○APとBPを赤、CPとDPを青で強調し、関係性を見いだせる手伝いをする。



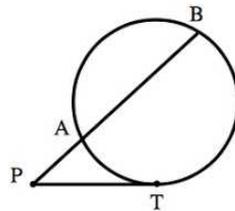
(3) 本時の展開

学習活動	教師の働き掛けと予想される児童生徒の反応	■評価規準(観点/方法) ○留意点
<p>導入</p> <p>1 直径最強説を打ち破り、$AP \times BP = CP \times DP$の関係性を予想する。</p>	<p>T5 さて、前時ではこんな勝負をしましたね？（前時の復習） 直径を倒す方法は見つかりましたか？</p> <p>S7 無い！直径最強！</p> <p>S8 いや！ありました！かける数を小さくすれば勝てます！</p> <p>T6 どういうことですか？</p> <p>S9 AP と BP のどちらかを1より短い長さにすれば、$AP \times BP$ の値は小さくなります！例えばこんな風に・・・！</p> <p>S10 おおおお！最強説が崩れた！</p> <p>T7 すごいですね！皆さんも少しやってみてください！</p> <p>S11 本当だ！勝った！</p> <p>S12 んっ？やっぱり直径が勝った…</p> <p>S13 っていうか、ほぼ同じになる？</p> <p>T8 !? 「同じ」ってどういうこと？</p> <p>S14 だから、AP と BP、CP と DP をそれぞれかけると大体同じ数値になる。</p> <p>S15 でも、似てるけど完璧に同じにはならないよ？</p> <p>T9 なるほど…。誤差はあるけど、ほとんど等しい値になりそうってことか…。定規も正確さにかけるし…。どうすれば等しくなるって事が言えるの？</p> <p>S16 !!?まさか…証明か…。</p>	<p>○電卓・赤ペン・青ペン・定規・円の用紙を準備する</p> <p>○比較的小さい円の方が、誤差が小さい印象を受ける。</p> <p>○前時の終了後、数名の生徒と直径を倒す方法を探しておく。</p> <p>○生徒から「同じ」という言葉が出なかったときに、$AP \times BP = CP \times DP$ という関係性を導きだしやすくするための手立て</p> <p>①前時の $AP \times BP$ と $CP \times DP$ の数値をプリントにまとめておく。（ほぼ同値のみを記載しておく）</p> <p>②必勝法があるかないかの結論を生徒に求め、何故無いのかを説明させる。</p> <p>③塾で習っている生徒がいれば揺さぶりのチャンス</p>
<p>展開</p> <p>2 $AP \times BP = CP \times DP$ となることを証明する。</p>	<p>【学習課題】</p> <p>「$AP \times BP = CP \times DP$」は正しいといえるだろうか？（証明してみよう）</p> <p>S17 どうするんだ？さっぱり分からん！</p> <p>S18 何かノートにヒント無いかな？</p> <p>S19 …ノートのこの問題、形が似てるな…</p> <p>S20 とりあえず、相似な三角形の証明をしてみよう…。</p> <p>S21 $AP : CP = DP : BP$ か…だからなんだ？</p>	<p>○前々時に取り組んだ復習問題（円と相似の証明と長さを求める問題）を想起させ、ノートからヒントを与える。また、板書の AP と BP は赤字に、CP と DP は青字にして、以前のノートから想起しやすくする。</p> <p>【①見通しの共有】</p>



<p>3 条件変更した状態でも $AP \times BP = CP \times DP$ となるかを予想し、証明する。</p>	<p>S22 あっ！外々中々で出るじゃん！</p> <p>T10 おお！$AP \times BP = CP \times DP$が証明できましたね！ということはS13さんの予想は…</p> <p>S23 成り立つ！</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>【まとめ】 三角形の相似を証明し、相似比が等しいことから $AP \times BP = CP \times DP$となる。</p> </div> <p>T11 なるほど…ということは、点Pをどこに動かしても、$AP \times BP = CP \times DP$となるのですね。では… こんな風に動かしてみたらどうでしょうか！？</p>  <p>S24 え？何が？</p> <p>T12 いや…こんな形でも $AP \times BP = CP \times DP$は成り立つかなと思って…</p> <p>S25 無理でしょ！</p> <p>S26 でも測ってみると…なりそうだよ！？</p> <p>T13 では…この形も…</p> <p>S27 また証明かああ！</p> <p>S28 どうせこれも三角形の相似でしょ！？ってことは…</p> <p>S29 とりあえず、バツテン (AD と BC) を書くか…</p> <p>S30 円周角は一緒だから…相似だ！やっぱり、$AP : CP = DP : BP$になるから $AP \times BP = CP \times DP$だ！</p> <p>S31 えっ？どうやるの？</p> <p>S32 ヒントはこれ！同じ弧から出る円周角は同じ大きさだったでしょ？そうすると、この2角が…</p> <p>S33 なるほど！</p>	<p>○ $AP : DP = CP : BP$も可</p> <p>○ 時間の経過によっては、証明を文字で表さずに、言葉で説明することにどめる。</p> <p>■ これまでの学習を活かし、未習の問題にも積極的に取り組み、仲間と協力しながら証明できる。(関心、思考)</p> <p>○ PC を使い、交点Pを円の外に出した図形を示す。</p> <p>○ Geogebra を使って、円の中で交点Pを動かす。</p> <p>○ 発展的な問題なので、グループでの話し合いも組織する。</p> <p>【②対話の手引きの提示】</p> <p>○ 補助線の引き方 (AC と BD) によっては、内接する四角形の性質が必要になる。</p> <p>■ 仲間と協力して課題解決に励むことができる。(関心・意欲)</p> <p>■ 三角形の相似から相似比を見つけ出し、関係性を導き出せる。(思考)</p>
---	---	---

<p>終末</p> <p>4 学習を振り返り、次回への指針を示す。</p>	<p>T14 何気なく引いた円の弦ですが、意外な関係性がありましたね！この関係性は「方べきの定理」と呼ばれています。</p> <p>T15 次回は…さらに引っ張ったこの形（右図）を…</p> <p>S34 ええええ！</p> <p>T16 それでは、本時の振り返りをしてもらいたいと思います。「今日の授業で困ったことは」「解決の際に使った考え方は」という言葉から、本時を振り返ってみてください。</p>	<p>○「方べきの定理」を知り、次回への興味を引く。</p> <p>【③学習作文による振り返り】</p>
---------------------------------------	---	---



(4)本時の評価

- ・既習事項を活かし、未習の問題にも積極的に取り組み、仲間と協力して課題解決に励むことができる。
(関心・意欲・態度／振り返り用紙)
- ・三角形の相似から相似比を見つけ出し、方べきの定理の関係性を導き出せる。(思考・判断・表現／振り返り用紙)