数学科学習指導案

日　時　平成２７年６月２日（木）公開授業Ⅰ
学　級　[redacted]
会　場
授業者

１　単元名　　一次関数

２　単元について

（１）生徒観

生徒に，以下の調査を行った。

① 「関数」とは，何ですか。
　正しく記述　…　８名　　「ただ１つ」がない　…　６名　　誤答・無答　…　２５名
② 身のまわりで，関数の関係にあると考えられる事象を書きなさい。
　関数関係にある２つの数量を記述　…　１５名　　２つの数量について記述していない，無答　…　２４名
③ 「関数」を学習するよさとは，どのようなことだと思いますか
　未知のことが分かる，予測できるという記述　…　２名　　規則性や関係が分かるという記述　…　１５名
　役に立つ，数学ができる等の記述のみ　…　１８名　　未記入　…　４名

関数を学習することのよさを，「予測」や「規則性」という言葉で記述している生徒の８割以上が，②の記述もできている。関数を学習するよさに気づいているからこそ，身のまわりに関数関係が存在していることに気づくことができるのだろう。ただ，多くの生徒は，規則性や関係が分かるという記述にとどまっている。規則性や関係が分かることによって，何ができるようになったのかを考えさせることが大切である。本単元を通して，具体的な事象の中から取り出した２つの数量の関係が一次関数であるとみなすことによって，未知の状況を予測できるようになることを実感させ，様々な場面で関数を利用しようとする態度を育てたい。

（２）教材観

関数を学ぶよさは，事象の中に関数関係を見いだし考察することにより，未知の状況を予測することができることにある。日常の事象から取り出した２つの数量の関係を考察し関数関係を見いだすこと，その関数の特徴を考察し，日常の事象を解決するために活用することは，これまでの関数の学習でも行われてきた。

１学年では具体的な事象の中から２つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，比例，反比例の関係についての理解を深めるとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を培った。関数の意味を理解し，小学校で学習してきた比例，反比例を関数として捉えなおした。また，表，式，グラフを相互に関連付けながら，比例，反比例の特徴を理解した。そして，くぎの本数，紙の枚数，針金の長さ等を考える問題で，関数関係にある２つの数量を見いだし，関係をとらえ，利用することで，「数えなくても分かる」「測らなくても分かる」という関数のよさを実感してきた。

２学年では，比例，反比例の学習を基に，一次関数について理解し，関数関係についての理解を深める。一定の割合で変化する関数として一次関数を理解すること，表，式，グラフを相互に関連付けて理解することが大切である。そのためには，変化の割合の意味を理解することが必要である。そして，一次関数の変化の割合が一定であるということの意味を，表，式，グラフを用いて考察することで，より理解が深まる。そして，日常の事象や他領域の問題を，一次関数を利用して解決することを通して，関数のよさをより一層実感させたい。

（３）学びの本質に関わって

日常生活は，関数関係に溢れている。しかし，日々の生活の中で，関数を利用して日常の問題を解決したという実感を持っている生徒は少ない。そこで，単元の導入ではお茶を入れるときの適温を70°として，その温度になるまでの時間を予測させる活動を行う。予想するために必要なデータを考え，数分温めたときのデータから関係性を見いだし予測する。最後に，実際の時間と比較することで，関数を学習するよさを再確認するとともに，さまざまな関数を学習することで，考察できる事象が増えるということを実感させたいと考えた。章末には，桜の開花日を予測する授業を行う。過去の様々なテータから，関係性があると考えられる２つの数量を抜き出し，その関係を利用して予測する。日常に溢れる多くの情報から，解決に必要な情報を抜き出し考察することのよさを実感させたい。

そのためにも，習得の場面では２つの数量がどのように変化しているのか，それらの間にどのような関係があるのかを追求しようとする態度を育てたい。２学年では，変化の割合を学習する。比例，反比例では，x と y の値の変化を，主に比の関係としてとらえてきた。一次関数では，x と y の値の変化を増加量に着目して考察し，一定の値として変化の割合を見いだす。３年生で学習する $y=ax^2$ では，変化の割合が，その区間

内の平均を表していることを学習する。また，高校数学では，微分の平均変化率とつながる。変化の割合は，今後の関数の見方を大きく広げる大切なものである。本時の内容にも関わるが，変化を考察する視点を，自分たちで見いだすことは，理解の深まりとともに，数学を活用しようとする意欲の向上にもつながる。本単元を通し，日常の事象から取り出した２つの数量の関係を考察し関数関係を見いだすこと，その関数の特徴を利用し解決しようとする姿勢を育むことを大切にしていきたい。

３　単元の指導目標及び評価規準

（１）指導目標

具体的な事象の中から２つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，一次関数について理解するとともに，関数関係を見いだし表現し考察する能力を養う。

（２）評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

様々な事象を一次関数として捉えたり，表，式，グラフなどで表したりするなど，数学的に考え表現することに関心をもち，意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

【数学的な見方や考え方】

一次関数についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら，事象を数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり，その過程を振り返って考えを深めたりするなど，数学的な見方や考え方を身に付けている。

【数学的な技能】

一次関数の関係を，表，式，グラフを用いて的確に表現したり，数学的に処理したり，２元一次方程式を関数関係を表す式とみてグラフに表したりするなど，技能を身に付けている。

【数量や図形などについての知識・理解】

事象の中には一次関数として捉えられるものがあることや一次関数の表，式，グラフの関連などを理解し，知識を身に付けている。

４　単元の指導計画及び評価計画（本時 3/17）

学習内容 （テーマ）	学習を通して身に付けさせたい力 （主たる評価観点）	具体的な手立てや授業での留意事項
①水温が70度になるまでにかかる時間を予測しよう	・具体的な事象の中から取り出した２つの数量の関係を，理想化したり単純化したりして関数関係を見いだし，問題を解決しようとしている。 【関心・意欲・態度】	70度になるまでにかかる時間を予測するために必要な情報を考えさせる。３分間だけ温め，その情報を基に予測させる。<u>一定の割合で温度が上昇しているとみなすことで予測ができる</u>ことに気づかせる。グラフや式を用いて，おおよその時間を求める。その上で実験することで，日常と数学のつながりを実感させる。
②身のまわりの事象を式で表して１次関数かどうか判断しよう	・具体的な事象の中から一次関数として捉えられる二つの数量を見いだしたり，その関係を式で表したりしようとしている。 【関心・意欲・態度】 ・一次関数の意味を理解している。 【知識・理解】	一次関数を定義付ける。そして，<u>身のまわりの事象が一次関数であるかどうかを式で表して判断させる</u>。２つの数量の間に関数関係があるといえる根拠や，一定の割合で変化している事象だから，aの値を求められることを確認する。式で表すことができれば，一次関数であるかの判断ができるだけでなく。変数の対応する値を代入によって求めることで，予測ができることを確認する。
③表から１次関数の特徴を考えよう	・対応する変数の値の増加量に着目し，変化の割合を見いだすことができる。 【見方・考え方】 ・変化の割合の意味を理解している。 【知識・理解】	一次関数の表の特徴を考えさせることで，xとyの増加量に着目させる。xとyの増加量の割合は，どの区間で調べても一定の値になることを確認し，変化の割合が一定であるとはどういうことなのかを理解させる。また，既習の関数の変化の割合についても考えさせることで，変化の割合が一定であることは，一次関数の特徴であることを確認する。
④一次関数のグラフの特徴を調べよう	・一次関数と比例のグラフの関係，切片の意味を理解している。 【知識・理解】	一次関数のグラフをかくために表を作る際は，変化の割合を利用させ，変化の割合と表の関係を振り返る。グラフが点の集合であることを確認し，実際にとった点から一次関数のグラフが直線になることを判断させる。比例のグラフとの関係を考察する際には，$y=ax+b$と$y=ax$の表を比較し変化の割合が等しいことを確認する。その上で，xの値に対応するy の値の差がb の値となっていることに気づかせ，切片を定義付ける。
⑤グラフの傾きを調べよう	・一次関数の特徴を，表，式，グラフを相互に関連付けて考えることができる。 【見方・考え方】 ・変化の割合と傾きの関係を理解している。 【知識・理解】	変化の割合と，グラフの傾きの関係を考えさせる。変化の様子を値で表したものが変化の割合であり，グラフで表したときのものが傾きの大きさであることを理解させる。<u>変化の割合の絶対値が大きいほど，変化が大きいこと，それがグラフでは傾きが急になることで表されている</u>ことに気づかせる。傾きを定義付け，表，式，グラフが互いにどのように関連しているのか振り返る。
⑥傾きと切片をもとに，一次関数のグラフをかこう	・一次関数のグラフを，傾きと切片をもとにかくことができる。 【技能】 ・変域の意味を理解している。 【知識・理解】	一次関数のグラフは直線であることから，２点を求めることでグラフをかくことができることを確認する。２点の取り方として，代入以外にも方法がないか考えさせる。これまでの学習から，切片から１点が分かること，傾きから，２点目を求められることを確認する。<u>傾きが分数のときも，変化の割合が一定であることを想起させ，xとyのの増加量をともに何倍かすることで解決できること</u>に気づかせる。また，グラフをもとに，変域の調べ方を確認する。
⑦一次関数のグラフから，式を求めよう	・直線のグラフから，一次関数の式を求めることができる。 【技能】	直線のグラフから式を求める方法を考えさせる。<u>グラフが直線となる関数は一次関数であることを確認し</u>，傾きと切片を読み取ることでaとbの値を求めさせる。bの値が整数ではない場合にも取り組ませることで，傾きと切片を読み取る方法だけでなく，代入し，方程式を作る方法があることに気づかせる。
⑧与えられた条件をもとに，一次関数の式を求めよう	・条件に当てはまるような一次関数の式を求める方法を考えることができる。 【見方・考え方】	与えられた条件に合うような一次関数を求めさせる。<u>前時の学習と同じように，</u>代入し，方程式を作ることで式を求められることに気づかせる。点の座標や傾き，切片だけでなく，変域や平行な直線の式なども扱い，これまでに学習したことをもとに解決させる。
⑨二元一次方程式のグラフをかく方法を考えよう	・二元一次方程式を関数関係を表す式とみることで，二元一次方程式の解と一次関数のグラフの関係を見いだすことができる。 【見方・考え方】	２元一次方程式のxとy が関数関係にあることを確認する。一次関数のグラフの形を考えたときと同じように，実際に点を取り形を判断させる。<u>直線のグラフになることから，$y=ax+b$の形に式を変形し傾きと切片を利用する方法や，簡単な値を代入することによって２点を求める方法が利用できること</u>に気づかせる。
⑩グラフを利用して，連立方程式の解を求めよう	・座標平面上の２直線の交点の座標を連立二元一次方程式を解いて求めたり，連立二元一次方程式の解を２直線の交点の座標から求めたりすることができる。 【技能】	二元一次方程式のグラフは，その二元一次方程式を満たす点の集合であることを確認する。その上で，連立方程式を与え，これまでの学習を生かした解き方ができないか考えさせることで，<u>２つの二元一次方程式の交点のx座標とy座標は，連立方程式の解であること</u>に気づかせる。また，座標平面上にある２直線が交わらない場合があること，重なる場合もあることを提示し，それが連立方程式の解がどのようになっていることを意味しているのか考えさせる。

⑪身のまわりにある事象を関数を利用して考えよう	・具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を，理想化したり単純化したりして一次関数とみなし，変化や対応の様子を調べたり，予測したりすることができる。 【見方・考え方】	身のまわりの事象を考察するときに関数が利用できないか考えさせる。事象から，変化する２つの数量を取り出し表やグラフに整理して考察させる。変化の割合がほぼ一定であることや，点がほぼ一直線上に並ぶことから一次関数とみなすことができることに気づかせる。表，式，グラフを利用して問題を解決し，一次関数を利用して身のまわりの事象を考察できることを実感させる。
⑫グラフを利用して，身のまわりの問題を解決しよう	・一次関数の関係を表，式，グラフを用いて表現したり，処理したりすることができる。 【技能】	速さが一定とみなすことができれば，移動距離は時間の一次関数になっていることを確認する。単元の導入で，グラフを利用しておおよその時間を求めたことを想起させ，一次関数の関係にある事象であれば，直線のグラフを利用して問題を考えることができることに気づかせる。交点が読みとれない場合は，連立方程式を利用して解決できることも確認する。
⑬点の動いた長さと面積の関係を考えよう	・２つの数量の関係が，３つの場合に分けられることに気づき，それぞれの場合について変化の様子を式，グラフを用いて考察することができる。 【見方・考え方】	動点の問題を考察する。三角形の面積がどのように変化するのかを一次関数を用いることで簡潔に表現できることに気づかせ，さまざまな場面で関数を利用することのよさを実感させる。面積の変化の仕方が，増加，不変，減少の３つの場合に分けられることを確認し，それぞれの変域や，式，グラフについて，事象と照らし合わせながら確認し，y=kの意味を考察させる。
⑭桜の開花日を予測する方法を考えよう	・具体的な事象から取り出した２つの数量に関数関係があるかどうかを判断し，その変化や対応の特徴を捉えることができる。 【見方・考え方】	過去３０年の桜の開花日と平均気温，降水量，日照時間等のデータを与え，桜の開花日を予測できるかを考えさせる。表にまとめたり，座標平面上に点を取って，関数関係にあると考えられる２つの数量を見いださせる。その中で，一次関数とみなすことができる２つの数量があることに気づかせる。関数関係にない２つの数量もあることを確認する。
⑮桜の開花日を予測し，その根拠を説明しよう	・一次関数を用いて具体的な事象を捉え説明することに関心をもち，問題の解決に生かそうとしている。 【関心・意欲。態度】	一次関数の関係にあるとみなした２つの数量を利用して，桜の開花日を予測する。利用したデータと，予測した方法について交流させる。実際の開花日を示し，関数を利用することで予測できることの良さを実感させる。実際の桜の開花予想も，平均気温と開花日の間に着目して行われていることを知らせ，数学と生活が密接に結びついていることを実感させる。
⑯章の問題		
⑰単元テスト		

５　本時について

（１）主題　「変化の割合」

（２）指導目標

・　ｘとｙの増加量の関係に着目させ，変化の割合を見いださせる。
・　一次関数の変化の割合が一定であることの意味を理解させる。

（３）評価規準

【数学的な見方や考え方】

・　対応する変数の値の増加量に着目し，変化の割合を見いだすことができる。

【数量や図形などについての知識・理解】

・　変化の割合の意味を理解している。

（４）指導の構想

本時は，変化の割合の意味を正しく理解させることを目標としている。変化の割合を，単に一次関数 $y=ax+b$ の a の値のことと考えてしまったり，求め方の理解でとどまってしまったりする生徒は多い。そこで本時では，変化の割合について

①関数の変化の様子を増加量の割合で表したものであること

②変化の割合が一定であるということは，どの区間で調べても変化の割合が等しい値になること

の２点を理解させたいと考えている。

導入では，これまでの変化と対応の見方として比例，反比例について振り返る。表の一部を抜き出したものを与え，x の値が与えられたときの y の値を考えさせる。変化を比の関係で考えたこと，対応を商と積で考え比例定数としたことを振り返り，表の特徴をとらえていれば対応する値を求めることができることを確認する。そして，本時の問題として，一次関数の問題を出題する。そして，解くための見通しが立てられそうかを確認し，何が分かれば解決できるかを問い課題設定につなげる。

展開では，一次関数の式から表をつくり，特徴を考察する。ここでは，x が１増加したときの y の増加量について，一定であること，a の値に等しいことを出させたい。そして，一次関数の表の一部を抜粋したものを提示し，解決できるか考えさせる。生徒は，x と y の増加量に着目し，x が１増加したときの y の増加量を求めることで解決するであろう。その上で，表から一定の値になるものがないか考えさせ，一次関数では，対応する変数の値の増加量の割合が一定になることに気づかせたい。対応する変数の値の増加量の割合を変化の割合としてまとめる。ここでは，変化の割合が，一次関数に限らず，さまざまな関数を考察する視点であることを押さえる。そして，一次関数の変化の割合について，表から見いだした特徴である一定であること，a の値に等しいことをまとめる。ここでは，変化の割合が一定であるということは，どの区間で調べても値が等しくなるということであることを押さえる。そして，導入で提示した問題を，変化の割合が一定であることを利用して解決する。

そして，比例，反比例の変化の割合を考察する。導入で提示した表を利用し，変化の割合について気づいたことを問う。比例は一次関数の特別な場合であり，変化の割合は一定で a に等しいこと，反比例の変化の割合は区間によって異なることから一定ではないことを確認する。

終末では，本時の学びを振り返る。関数を考察する視点として変化の割合を学んだことで，関数の見方が広がったことを確認し，本時の学びを価値付けたい。

（５）展開案

<table>
<tr><th>段階</th><th>学習活動及び活動内容</th><th>時間</th><th>学びの本質にせまる指導</th></tr>
<tr><td>導入</td><td>１．比例，反比例の表の特徴を振り返る。
【比例】
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>12</td><td>□</td></tr></table>
【反比例】
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>24</td><td>8</td><td>□</td></tr></table>
・変化で見ると，xが6倍になれば，yも6倍（$\frac{1}{6}$）になる。
・対応で見ると，$\frac{y}{x}$ の値が4（xyの値が24）になる。
⇒変数がいろいろな値をとっても，$\frac{y}{x}$ の値（xyの値）は一定であることを確認する。
２．本時の問題を提示する。
【１次関数】
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>□</td><td>49</td></tr></table>
・比例，反比例の問題では，表の特徴を理解しているから解決できたことを確認し，課題設定へとつなげる。
３．学習課題を設定する。
表から１次関数の特徴を考えよう</td><td>8</td><td>・これまで，変化と対応に着目して特徴を見いだしてきたことを振り返ることで，一次関数でも同じように考察することで特徴を見いだすことができそうだという意識を持たせる。</td></tr>
<tr><td>展開</td><td>４．前時に扱った事象を表で表し，一次関数の表の特徴を考察する。
＜水かさ＞y＝2x＋3
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>3</td><td>5</td><td>7</td><td>9</td><td>11</td><td>13</td><td>15</td></tr></table>
＜水温＞y＝9x＋22
<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>22</td><td>31</td><td>40</td><td>49</td><td>58</td><td>67</td><td>76</td></tr></table>
・xが１だけ増加するときの，yの増加量は一定。
・xが１だけ増加するとき，yはa増加する。
５．xとyの増加量の関係を考察する。
・xの増加量に対する，yの増加量の割合が2になることを利用する。
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>5</td><td>9</td><td>□</td></tr></table>
・$\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$ の値が一定であることを確認する。
６．変化の割合を定義付ける。
【変化の割合】　xの増加量に対する，yの増加量の割合
（変化の割合）＝$\frac{(\text{yの増加量})}{(\text{xの増加量})}$
※１次関数の変化の割合は一定で，aに等しい
７．変化の割合が等しいことを利用し，問題を解決する。
【１次関数】
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>10</td><td>□</td></tr></table>
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>16</td><td>12</td><td>□</td></tr></table>
<table><tr><td>x</td><td>1</td><td>3</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>□</td><td>49</td></tr></table>
・変化の割合の値が等しくなることを利用して確かめる。
８．比例，反比例の変化の割合について考察する。
・導入の比例，反比例の表を用いて，変化の割合を調べる。
⇒　比例は一次関数と同じ特徴を持っていること，反比例の変化の割合は区間によって異なることを確認する。</td><td>37</td><td>・説明し合う活動を通して，どのような考えを利用して解決したのかを明確にする。

・変化の割合を活用して問題を解決し，その解決過程を変化の割合や増加量といった用語を用いて説明させる。</td></tr>
<tr><td>終末</td><td>９．本時の学びを振り返る
・変化を考えるときには，何倍になっているかという見方の他に，増加量という見方がある。
・変化の割合が一定であるということは，どの区間の変化を調べても変化の割合が等しくなるということである。
１０．振り返りシートを記入する。</td><td>5</td><td>・本時の学びを価値付ける。</td></tr>
</table>

（６）板書計画