

数学科学習指導案

日 時 平成26年6月5日(木) 公開授業Ⅱ
 学 級 XXXXXXXXXX
 1年B組40名
 会 場 3B3C教室
 授業者 XXXXXXXXXX

1 単元名 4章 比例と反比例

2 単元について

(1) 生徒観

1学年の生徒を対象に、小学校の学習内容の定着度を測るために、小学校の教科書の問題に取り組みさせた。

問題の概要	正答率
Q1 対応表から比例しているかいないかを判断し、根拠をのべる	70.6%
Q2 比例の対応表を見て、関係を式に表す	95.0%
Q3 比例の対応表を見て、グラフをかく	79.2%
Q4 教科書にある「比例しているとみて考える」とはどんな意味か説明する	42.5%

Q4で「実際は比例していないが、比例しているということにして問題を考えるということ」と、理想化・単純化してとらえることの説明ができた生徒は約4割にとどまった。表の空欄を比例の考え方をういた計算で埋めることはできても、そのときに使った「理想化・単純化の考え方」にはあまり意識が向いていないと考えられる。

これまでの授業を振り返ってみても、計算技能などの習熟度は概ね良好であるが、考え方を説明することは苦手としている生徒が少なくない。数学的な用語を正しく用いたり、聞き手を意識して論理的に述べたりする練習がまだまだ必要な段階である。

また、「比例の勉強をすることは、日常の生活に役に立つと思いますか」という質問に対する回答は以下の通りであった。

ア：そう思う	イ：どちらかといえば そう思う	ウ：どちらかといえば そう思わない	エ：そう思わない
42.0%	33.6%	21.9%	2.5%

【回答の主な理由】

ア、イ：買い物で使う（買う個数と値段の関係が2倍、3倍）

料理の分量を考えると、比例を使うから

重さや長さを求めるのに便利

学校で勉強していることだから、きっと役に立つと思う

これからの勉強で使うことがあるかもしれないから、就職してから使うかもしれないから

**ウ、エ：生活していて比例を利用しているものをあまり見ないし、自分でも普段比例について考えていない
 数学の学習では役立つと思うが、日常生活で比例を使わないから**

比例の学習は役に立つと答えた生徒の中でも、買い物や料理といったある特定の状況下での活用をイメージする生徒が多かったり、日常に比例をつかうことはないと言断する生徒が多かったりと、学びの有用性をしっかりと実感できている生徒は決して多くないということが言える。そんな中でも役に立つ理由として、「先のことを予測する能力がつくから」という関数のよさにふれた回答をした生徒が2人、「おおまかな目安をつけることができる」と、理想化・単純化して考えることのよさにふれた回答をした生徒が1人いた。このことから、小学校での学びを通して比例（関数）の学習に意義を見いだしたり、日常生活に比例の考え方が生かされていることを認識したりすることは、中学校1年生の現時点でも十分に可能であると考えられる。

算数・数学は「正しい答えをより速く簡単に出すことが大事」と考える生徒が多いように見受けられるが、数学を学ぶ中で「学んだことにどんな価値があるのか、何かに役立てることはできないか」という考えも大切に、自ら学びを築きあげていくような豊かな思考力を育てていきたい。算数での比例の学びの価値を生

徒たちと一緒に確認し、中学校の数学でその学びをさらに深めていくというイメージを生徒たちにつかませることで、本単元を学ぶことへの期待感を持てるようにし、中学校3年間の関数領域の学習に向かわせたい。

(2) 教材観

学習指導要領では、1学年の領域「C 関数」の内容(1)で、「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を培う。」としている。

小学校では、第4学年から第6学年にかけて、数量の関係を□、△、 a 、 x などを用いて式に表しそれらに数を当てはめて調べたり、変化の様子を折れ線グラフで表し変化の特徴を読み取ったり、比例の関係を理解しこれを用いて問題解決したり、反比例の関係について理解したりしてきている。

中学校数学科において第1学年では、これらの学習の上に立って、関数関係についての内容を一層豊かにし、具体的な事象の中から伴って変わる二つの数量を取り出して、その変化や対応の仕方に着目し、関数関係の意味を理解できるようにすることが目標となる。

本時で扱う「行列の待ち時間を予想しよう」は、日常生活の身近なところに比例の考えが有効にはたらく場面があることを紹介するとともに、関数の考え方にふれさせ、次の学習につなげていくことを目的とした題材である。小学校の学びを生かして学習を進める中で、関数を学習することの価値を実感させたり、今後の学びの見通しをもたせたりすることができるような展開を工夫し、本単元の学びが次年度以降の関数領域の学びの土台となるようにしたい。

(3) 学びの自覚化について

本校数学科の研究主題にもある『自ら学びを築く』生徒の育成のためには、『学びの自覚化を促す』機会を単元や領域を通して適宜設けることが重要であるととらえている。『学びの自覚化を促す』とは、生徒たちに「今まででできなかったことができるようになった」と自らの成長を実感させたり、「役に立つことを学習している」という学びに対する有用性、必要感を感じさせたりすることである。

生徒たちに『学びの自覚化を促す』ための、本単元の各節におけるねらいは以下の通りである。

導入 1節「関数」	<ul style="list-style-type: none"> ・小学校での学びをふりかえり、価値づける。 ・事象の中に存在する様々な『関数』の中の(基礎的な)一部である「比例と反比例」をこれから学習するということを認識させる。 ※教科書の問の中で出てくる2年生で学習する一次関数や3年生で学習する $y = ax^2$ についても紹介程度に触れておく。
2節「比例」 3節「反比例」	<ul style="list-style-type: none"> ・変域を負の数まで拡張して考えていることや式の見方やグラフのとらえ方が変わったことなどを認識させ、小学校からの学びが深まっていることを実感させる。
4節「比例と反比例の利用」	<ul style="list-style-type: none"> ・日常的な事象と関数とのつながり確かめることで、学びの有用性を実感させる。 ・1節で比例・反比例とは異なる関数関係にもふれたことを振り返り、本単元の学びを土台として今後さらに『関数』の学びが広がっていくことを意識させる。

これらのことを意識して、生徒たちが主体的に学び、自己効力感を得られるような授業を展開していくことが、本研究が目指す「新しい社会に生きる学び」を実現させていくものと考えている。

3 単元の指導目標及び評価規準

(1) 指導目標

・具体的な事象の中から二つの数量を取り出し、それらの変化や対応を調べることを通して、比例、反比例の関係についての理解を深めさせるとともに、関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

(2) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

様々な事象を比例、反比例などでとらえたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。

【数学的な見方や考え方】

比例、反比例などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を見通しをもって論理

的に考察し表現したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。

【数学的な技能】

比例、反比例などの関数関係を、表、式、グラフなどを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身に付けている。

【数量や図形などについての知識・理解】

比例や反比例の意味、座標の意味、比例や反比例の関係を表す表、式、グラフの特徴などを理解し、知識を身に付けている。

4 単元の指導計画および評価計画

(本時：1 / 19時間)

時間	学習内容	関心・意欲・態度	見方・考え方	技能	知識・理解
1	とびら	・具体的な場面で、比例の考え方がどのように使われるのかを考えたり説明したりしようとする。			
2	1 関数	・関数関係に関心をもち、その関係を表や式で表そうとする。	・具体的な事象のなかにある関数の関係を見いだすことができる。		・変数、関数の意味を理解している
3	①関数				
4	2 比例	・具体的な事象から見いだされた比例の関係を、表や式で表そうとしている	・具体的な事象の中にある比例の関係をみいだすことができる。	・比例の関係を表、式で表すことができる。 ・比例の関係を表す式に数を代入し、対応する値を求めることができる。	・比例、変域の意味を理解している。
5	①比例する量				
6	②比例のグラフ	・比例定数の異なる比例のグラフを比較し、比例の特徴を考えようとしている。	・比例定数 a に着目して、比例の特徴をまとめることができる。	・平面上の点を座標を用いて表したり、座標を基にして平面上に点をとったりすることができる。 ・比例のグラフをかくことができる。	・座標の意味を理解している。 ・比例のグラフが原点を通る直線になることを理解している。
7					
8					
9	③比例の式を求めること			・与えられた条件から、比例の式を求めることができる。	
10	基本の問題				
11	3 反比例	・具体的な事象から見いだされた反比例の関係を、表や式で表そうとしている	・具体的な事象の中にある反比例の関係をみいだすことができる。	・反比例の関係を表、式で表すことができる。 ・反比例の関係を表	・反比例の意味を理解している
12	①反比例する量				

13 14	②反比例の グラフ	る。 ・比例定数の異なる 反比例のグラフを 比較し、反比例の特 徴を考えようとし ている。	・比例定数 a に着目 して、反比例の特徴 をまとめることが できる。	す式に数を代入し、 対応する値を求め ることができる。 ・反比例のグラフを かくことができる。 ・与えられた条件か ら、反比例の式を求 めることができる。	・反比例のグラフが 双曲線になること を理解している。
15 16 17	4 比例と 反比例の利 用 ①比例と反 比例の利用	・比例、反比例を用 いて具体的な事象 をとらえ説明する ことに関心をもち、 問題の解決に生か そうとしている。	・具体的な事象から 取り出した二つの 数量の関係を理想 化したり単純化し たりして比例、反比 例とみなし、変化や 対応の様子を調べ たり予測したりす ることができる。 ・比例、反比例を用 いて調べたり、予測 したりした結果が 適切であるかどう かを振り返って考 えることができる。	・比例、反比例の関 係を表、式、グラフ を用いて表現した り、処理したりす ることができる。	・具体的な事象の中 には、比例、反比例 とみなすことで変 化や対応の様子に ついて調べたり、予 測したりできるも のがあることを理 解している。
18	章の問題				
19	単元テスト				

5 本時について

(1) 主題 『待ち時間を予想しよう』 (日常場面を関数的にとらえる)

(2) 指導目標

- ・日常的な場面で、比例とみなして考えることのよさを実感させる。
- ・単元の学習について見通しをもたせる。

(3) 評価規準

【数学への関心・意欲・態度】

- ・具体的な場面で、比例の考え方がどのように使われるのかを考えたり説明したりしようとする。

(4) 指導の構想

本時は単元の導入として、教科書のとびらにあるポップコーンを買おうとしている人たちが1列に並んでいる場面を取り上げ、日常生活の身近なところに比例の考え方が有効にはたらく場面があることを紹介するとともに、関数の考えかたにふれさせ、今後の学習につなげていくことが主たる目的である。小学校6年生でも比例の利用の学習で、「画用紙の重さと枚数」や「新幹線の走行時間と道のり」などが日常場面としてとりあげられているが、『比例の考え方が日常場面に生かされること』や『比例とみなして考えることのよさ』についてはこの導入の機会に再確認して、今後の学習の意欲づけにつなげたいところである。

導入の教科書の待ち時間を予想する問題に取り組む場面では、多くの生徒が自力解決できるものと予想される。しかし、「本当にそうなのだろうか？比例の考えを使ってもよいのだろうか？」という問いを投げかけ、あらためて生徒たちに自らの思考過程を批判的思考で振り返らせたい。

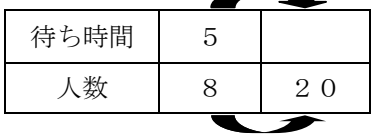
計算結果として導き出された「12分30秒」という結論には比例の考え方を活用しているが、それはあくまでも「1人1人の待ち時間が一定であること」が前提として必要であることに気付くであろう。ところが、行列に並んでいる全員の所要時間が同じであるわけではない。比例であるとみなして考えることで初めてこの問題に関して予想ができるということ、自分たちが無意識に「みなす」という考え方を使っていたこと、計算によって導き出された結果は「およそ」の予想にすぎないこと、などに生徒たちは気づくことになる。一方で、およそではあるが予想できたことそのものには十分に価値があることもしっかりとおさえたい。

展開後半では、並んでいる人数が変わっても「1人あたりの待ち時間は変わらない」ことを確認し、日常的な事象を関数的にとらえることで結果の見通しがもてることを改めて強調したい。また、類似する事象として遊園地のアトラクションで待ち時間が示されていることを例示し、比例の考え方で予想できることの良さを生徒たちにとって身近なものとしてさらに実感させたい。さらに、小学校の教科書をスライドで振り返り、本時で扱った「比例とみなすこと」や「事象を関数的にとらえること」が既習事項であることとその価値について全体で再確認する。

終結では、本単元や関数の学習についての見通しを持たせる。小学校で学習した比例と反比例が単元名となっていることに違和感を持つ生徒もいると思われるが、「正負の数」を学習したことによって表、式、グラフに負の数の要素が加わり、さらに考え方が広がることは容易に予想できるであろう。それぞれが負の数まで数の範囲を広げたときどのように変化するのか、生徒たちに問いをもたせることで、中学校数学であらためて比例反比例の学習をする意義を実感させたい。なお、「関数」の定義等については深入りせず、次時に詳しく扱うものとする。

最後に振り返りシートを記入したとき、「意識していなかったけれど、比例の学習を使っていたことにおどろいた」「比例の学習（考え方）が生活に生きていることがわかった」「負の数まで考えたとき、比例や反比例がどうなるか学習していきたい」といった記述が、多くの生徒のシートに残ることを目標に本時の授業を展開したい。

(5) 本時の展開

段階	学習活動及び学習内容	時間(分)	■学びの自覚化とのかかわり
導	1 問題を確認する ・教科書をみて、問題を把握する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">まきさんの「待ち時間」は予想できるでしょうか？</div>		■解決までの過程を自分なりに説明し伝え合う
	2 条件を確認し、個人で解決する <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px auto;">5分間で8人買い終わりました。待ち時間はどのくらいでしょうか？</div>		
入	◎待ち時間は、(1人あたりの時間) × (人数) で求められるから $5 \div 8 = \frac{5}{8} \quad , \quad \frac{5}{8} \times 20 = \frac{25}{2}$ <p style="text-align: center;"><u>A 12分30秒</u></p> ◎待ち時間は、人数に比例するから、 <div style="text-align: center;"> $\times 2.5$  $\times 2.5$ </div> <p style="text-align: center;"><u>A 12分30秒</u></p>	15	

展 開	<p>3 解決までの思考過程を振り返る 『この予想は「正しい」といえるのだろうか?』 『比例の考え方を使ってよいのだろうか?』</p> <p>◎1人1人が買うのにかかる時間には多少ばらつきがあるが、大きな差は無いであろうことが予測される。</p> <p>◎「1人あたりの時間はほぼ一定である」という前提で、小学校で学習した比例の考え方を用いて解決している。</p> <p>◎ずれはあるから、およその予想でしかない。 (答えには「およそ」「約」をつける必要がある)</p> <p>◎正確な結果が知りたいわけではないから、この考え方で予想を出してよい。</p> <p>4 条件を変えて考えてみる ・「まきさん」のさらに後ろに並ぶ場合、待ち時間の予想が可能かを考える</p> <p>◎別の人が並んでいても、並んでいる人数が変わっても「1人が買うのにかかる時間」は変わらない。</p> $(\text{待ち時間}) = \frac{5}{8} \times (\text{並んでいる人数})$ <p>で予想できるから、およその待ち時間はわかる。</p> <p>・遊園地のアトラクションの待ち時間表示も同じ原理であることを確認する。</p> <p>5 日常と結びつける、小学校での学びを振り返る ・小学校の教科書を振り返りながら、みなすことの価値について学び直す</p>	28	<p>■思考過程を振り返り、自分が既習の数学をどのように活用したか認識する</p> <p>■学習内容を価値づける</p>
終 結	<p>6 単元(領域)の学習の見通しをもつ ・小学校の「比例と反比例」の学びと中学校での学びの違いをイメージさせる</p> <p>◎表・式・グラフについて負の数への拡張がある</p> <p>◎日常に存在するさまざまな関数もありそうだ</p> <p>7 本時の学びを振り返る ・本時の学びを振り返り、自己評価シートに記入する</p>	7	<p>■今後の単元や関数領域の学習について見通し(問い)をもつ</p> <p>■単位時間の学びを自分の言葉でまとめる</p>